

1 整式

ポイント① 単項式

- いくつかの数や文字を掛け合わせた式を単項式という。
- 単項式の数の部分を係数といい、掛け合わせた文字の個数を次数という。

例 (1) $2xy^2$ x, y を文字とすると 係数 $\cdots 2$, 次数 $\cdots 3$

y を文字とすると 係数 $\cdots 2x$, 次数 $\cdots 2$

x を文字とすると 係数 $\cdots 2y^2$, 次数 $\cdots 1$

- (2) $3x$ を文字とすると 係数 $\cdots 3$, 次数 $\cdots 0$

(このような単項式を定数という。ただし 0 は次数を考えない)

確認問題 1 次の問に答えよ。

- (1) $6x^2y^3$ を、次の文字に着目したとき、係数と次数を求めよ。

□① x, y

□② x

□③ y

- (2) $2abx^2$ を、次の文字に着目したとき、係数と次数を求めよ。

□① x

□② a

□③ a, b

- (3) $-5a^2bxyz$ を、次の文字に着目したとき、係数と次数を求めよ。

□① x, y, z

□② x

□③ a

ポイント② 多項式

- いくつかの単項式の和として表される式を多項式という。
- 多項式の各々の単項式を、項という。単項式は、項が 1 つの多項式と考えられる。
- 多項式のことを、整式ともいう。
- 多項式の項のうち、定数だけの項を定数項という。
- 各項の次数のうち最大のものを、多項式の次数という。
- 次数が n の多項式を n 次式という。

例 多項式 $2x^2 - 3xy + 5xy^3$ について、

[x, y に着目すると] $2x^2$ は、係数が 2, 次数は 2

$-3xy$ は、係数が -3 , 次数は 2

$5xy^3$ は、係数が 5, 次数は 4 よってこの多項式は次数が 4

[x に着目すると] $2x^2$ は、係数が 2, 次数は 2

$-3xy$ は、係数が $-3y$, 次数は 1

$5xy^3$ は、係数が $5y^3$, 次数は 1 よってこの多項式は、次数が 2

[y に着目すると] $2x^2$ は、係数が $2x^2$, 次数は 0 (定数項)

$-3xy$ は、係数が $-3x$, 次数は 1

$5xy^3$ は、係数が $5x$, 次数は 3 よってこの多項式は、次数が 3

注意 このように、注目する文字によって次数も異なってくる。

確認問題 2 次の問に答えよ.(1) 多項式 $5x^2y - 4xy^3 + 2y^6$ について、次の文字に着目したとき、次数を求めよ.

☐① x, y

☐② x

☐③ y

(2) 多項式 $-3ax^5 + 7x^3 - 5ax^2 - x + 4$ について、次の文字に着目したとき、次数を求めよ.

☐① x

☐② x, a

☐③ a

ポイント③ 同類項

多項式において、文字の部分が一致している項を同類項という.

例 次の整式の同類項をまとめて整理する.

(1) $3x - 2x + 5x = (3 - 2 + 5)x$

$$= 6x$$

(2) $7xy^2 - 4x^2y + 3xy^2 - 4x^2y = (7 + 3)xy^2 - (4 + 4)x^2y$

$$= 10xy^2 - 8x^2y$$

確認問題 3 次の整式の同類項をまとめて整理せよ.

☐ (1) $5x - 3x + 2x$

☐ (2) $7y - 5y + 3y$

☐ (3) $4x - 5y + 4y - 6x$

☐ (4) $8x - 4a + 12a - 5x$

☐ (5) $2x^2 - 5x - 3 - 5x^2 + 6x + 7$

☐ (6) $-3x^2y + 5xy^2 + 7x^2y - 3xy^2$

ポイント④ 降べきの順

多項式の同類項を次数の高い方から順に並べることを、降べきの順に整理するという.

例 (1) 多項式 $3 - 5x^2 + 3x$ を、 x について降べきの順に整理すると、

$$-5x^2 + 3x + 3$$

となる.

(2) 多項式 $2x + 3x^2 - 4 + 6x - 2x^2 + 5$ を、 x について降べきの順に整理すると、

$$2x + 3x^2 - 4 + 6x - 2x^2 + 5$$

$$= (3 - 2)x^2 + (2 + 6)x + (-4 + 5)$$

$$= x^2 + 8x + 1$$

となる.

注意 次数の低い方から順に並べることを、昇べきの順に整理するという.**確認問題 4** 次の問に答えよ.(1) 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ.

☐① $3x - 2 + 4x^2 + 5x^3$

☐② $2 - 3x^4 + 6x + x^3$

(2) 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ.

☐① $3x - 5 + 4x^2 + 2x + 6 - 3x^2$

☐② $x^2 - 3x^3 + 5 - 4x + 6x^3 - 7 + 2x^2$

(3) 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ.

☐① $x - ax^2 + 3 + 2x + 5$

☐② $2x - a + 5x^2 + bx^2 + 3x + 2$

☐③ $xy^2 + x^2y - 3x^2 - 4y + 6x$

☐④ $2x^2y + 3xy^2 - 3ax + 5x + 6 + 3bx^2$

--- --- 練成問題 A --- ---

1 次の問に答えよ.

(⇒ ポイント1)

(1) $23x^3y^2$ を, 次の文字に着目したとき, 係数と次数を求めよ.□① x, y □② x □③ y (2) $-7abcx^5y$ を, 次の文字に着目したとき, 係数と次数を求めよ.□① x, y □② x □③ c (3) 6^2ac^2xyz を, 次の文字に着目したとき, 係数と次数を求めよ.□① x, y, z □② x, y □③ c □④ a, c, x, y, z □⑤ a, c □⑥ c, y

2 次の問に答えよ.

(⇒ ポイント2)

(1) 多項式 $6x^3y + 2xy^2 - 3xy^4$ について, 次の文字に着目したとき, 次数を求めよ.□① x, y □② x □③ y (2) 多項式 $3x^3 + 7x^2y - 2xy^2 - 6y^3$ について, 次の文字に着目したとき, 次数を求めよ.□① x, y □② x □③ y (3) 多項式 $2a^2x^2 - 3ax + 2ax^4 - 5a$ について, 次の文字に着目したとき, 次数を求めよ.□① x □② x, a □③ a (4) 多項式 $3ax^2 - 2axy^2 + 5xy^3 - 4ay^4$ について, 次の文字に着目したとき, 次数を求めよ.□① x □② y □③ a, x, y

3 次の整式の同類項をまとめて整理せよ.

(⇒ ポイント3)

□(1) $-12x + 3x + 8x$ □(2) $2x + \sqrt{2}x - 5x$ □(3) $2b - 5b + 3b$ □(4) $5x - 4a + 2a + 3x$ □(5) $3a - 4b + 3b - 4a$ □(6) $\frac{2}{3}x + 5a - \sqrt{3}x + 4a$ □(7) $5x^2 - 7x + 3 - 2x^2 + 11x + 12$ □(8) $6x^2y + 3xy^2 - 11x^2y - 7xy^2$

4 次の間に答えよ.

(1) 次の整式について、 x についての同類項をまとめて整理せよ.

☐① $6x - 2ax + 4x$

☐② $2x^2 - 3x + a + 2ax - 3x^2$

☐③ $ax^2 - 2x + c - bx^2 + 5ax$

☐④ $ax^2 + bx + c + d + ex + fx^2$

(2) 次の整式について、 y についての同類項をまとめて整理せよ.

☐① $2y - 5y + 4y$

☐② $3y - ay + by$

☐③ $2y + 5y^2 + y - ay^2 + 3$

☐④ $2xy^2 - 4y^2 + 3y - ay$

5 次の間に答えよ.

(⇒ ポイント 4)

(1) 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ.

☐① $-4 + 3x^2 + 2 - 5x^3$

☐② $6x^2 - 4x + 3x^4 + 5x^3$

☐③ $x^3 - 2x + 5x^2 - 3 + 4x^3 - 5x^2 + 6x$

☐④ $6 - 5x + 3x^5 + x^4 + 4x - 6 + 4x^5$

☐⑤ $-\sqrt{2}x + x^3 - 2x - 3x^3 + 5x^2 + 2x - 6$

☐⑥ $\frac{5}{4}x^2 - x^3 + \sqrt{5}x^2 + 2x^3 - 4x + \sqrt{5}$

(2) 次の式を、 x について降べきの順に整理せよ.

☐① $6x - 5x^2 + 3ax^3 + b$

☐② $ax^2 - 6x^3 + 5 + bx^3 - 7x^2 + 1$

☐③ $x^3y + xy^2 + 3axy + 2x^2y^3$

☐④ $-2xy^2 + 4x^2y - ax^2 + bx + 5$

6 $x^3 + 3xy^2 - 2x^2y + y^3$ について、次の間に答えよ.

(⇒ ポイント 4)

☐ (1) x について降べきの順に整理せよ.

☐ (2) y について降べきの順に整理せよ.

7 $2ax^2 - 5xy^2 + 4x^2y + by^2$ について、次の間に答えよ.

(⇒ ポイント 4)

☐ (1) x について降べきの順に整理せよ.

☐ (2) y について降べきの順に整理せよ.

2 整式の加法・減法・乗法

ポイント① 整式の加減法(1)

例題 $A = 3x^2 - 2x + 5$, $B = 6 - 3x + 2x^2$ のとき, 次のものを求めよ.

(1) $A + B$

(2) $A - B$

(解答) (1) $A + B = (3x^2 - 2x + 5) + (6 - 3x + 2x^2)$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 2x + 5 \\
 +) 2x^2 - 3x + 6 \\
 \hline
 5x^2 - 5x + 11
 \end{array}$$

(2) $A - B = (3x^2 - 2x + 5) - (6 - 3x + 2x^2)$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 2x + 5 \\
 -) 2x^2 - 3x + 6 \\
 \hline
 x^2 + x - 1
 \end{array}$$

確認問題 1 A , B が次のように与えられているとき, $A + B$, $A - B$ を求めよ.

□(1) $A = 3x^2 - 2x + 4$, $B = 4x^2 + x + 3$

□(2) $A = 4x - 6x^2 + 5$, $B = 5 - 3x + 5x^2$

□(3) $A = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$, $B = 2x^3 + 4x^2 - 3x + 5$

□(4) $A = 4x + 3x^2 + 2x^3 + 3$, $B = 6 + 3x^3 - 4x^2 + 3x$

□(5) $A = -x^3 + 4x^2 - 6x + 5$, $B = 2x^2 - 3x + 3$

□(6) $A = 2x^2 - 5x + 7x^3 + 6$, $B = 5 - 3x^2 + 6x$

□(7) $A = 3a^2 - 2a + a^3 + 5$, $B = 5a + 3a^3 + 2a^2 + 3$

□(8) $A = 2(3x - 2y)$, $B = 3(4x - 3y)$

□(9) $A = \frac{x^2}{3} - \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{4}$, $B = \frac{x^2}{4} - \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{2}$

□(10) $A = \frac{3x - y}{5}$, $B = \frac{2x - 5y}{4}$

□(11) $A = 5x^2 + 7x - \sqrt{3}$, $B = \sqrt{3}x^2 + \sqrt{3} - 2x$

□(12) $A = 2x - 2\sqrt{3}x^2 + \sqrt{2}$, $B = \sqrt{3}x^2 + 5 - 4x$

ポイント② 整式の加減法(2)

例題 $A = 3x^2 - 2x + 5$, $B = x^2 - 3x - 5$, $C = -2x^2 + 3x - 4$ のとき, 次のものを求めよ.

(1) $A - B + C$

(2) $2A + 3B - C$

(3) $3(A + 2B - C) - 2(3A + 2B + 2C)$

(解答) (1) $A - B + C = (3x^2 - 2x + 5) - (x^2 - 3x - 5) + (-2x^2 + 3x - 4)$

$$\begin{aligned}
 &= 3x^2 - 2x + 5 - x^2 + 3x + 5 - 2x^2 + 3x - 4 \\
 &= (3 - 1 - 2)x^2 + (-2 + 3 + 3)x + (5 + 5 - 4) \\
 &= 4x + 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 2A + 3B - C &= 2(3x^2 - 2x + 5) + 3(x^2 - 3x - 5) - (-2x^2 + 3x - 4) \\
 &= 6x^2 - 4x + 10 + 3x^2 - 9x - 15 + 2x^2 - 3x + 4 \\
 &= (6 + 3 + 2)x^2 + (-4 - 9 - 3)x + (10 - 15 + 4) \\
 &= 11x^2 - 16x - 1 \\
 (3) \quad 3(A + 2B - C) - 2(3A + 2B + 2C) &= 3A + 6B - 3C - 6A - 4B - 4C \\
 &= -3A + 2B - 7C \\
 &= -3(3x^2 - 2x + 5) + 2(x^2 - 3x - 5) - 7(-2x^2 + 3x - 4) \\
 &= -9x^2 + 6x - 15 + 2x^2 - 6x - 10 + 14x^2 - 21x + 28 \\
 &= 7x^2 - 21x + 3
 \end{aligned}$$

確認問題 2 次の間に答えよ.

(1) $A = 2x^2 + 4x - 6$, $B = -3x^2 + 6x - 5$, $C = 5x^2 - 3x + 2$ のとき, 次のものを求めよ.

□① $A - B + C$ □② $2A - 3B + C$ □③ $2(A - B + C) - 3(A + B - C)$

(2) $A = x^2 - 2xy - 3y^2$, $B = 2x^2 - 5xy + 4y^2$, $C = 3x^2 - 2xy - 4y^2$ のとき, 次のものを求めよ.

□① $-A + B + C$ □② $2A - 5B + 3C$ □③ $5(2A - 3B + 4C) - 4(3A - 2B + 3C)$

ポイント 3 単項式の乗法

m, n を正の整数とすると

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

例 $(2xy) \times (-3x^2y) = 2 \times (-3) \times (x \times x^2) \times (y \times y) = -6x^3y^2$
 $(3ab)^2 \times (5a^2b^3) = (3^2 \times 5) \times (a^2 \times a^2) \times (b^2 \times b^3) = 45a^4b^5$

確認問題 3 次の計算をせよ.

□(1) $3x^3 \times 2x^2$ □(2) $(x^2)^3 \times x^4$ □(3) $(-a^2)^3$
 □(4) $(3x^2)^3$ □(5) $3x^2y \times 2xy^3$ □(6) $(-3ab) \times (-2ab)^3$
 □(7) $6x^2y \times (-3xy^2)^3$ □(8) $(\frac{2}{3}x^3)^2 \times (3xy)^3$ □(9) $(\frac{5}{6}ax)^2 \times (3ax^2)^3$

ポイント 4 整式の乗法

例 (1) $xy(2x - 3y) = 2x^2y - 3xy^2$

(2) $(a - 2)(2a^2 + 3a + 4)$
 $= a(2a^2 + 3a + 4) - 2(2a^2 + 3a + 4)$
 $= 2a^3 + 3a^2 + 4a - 4a^2 - 6a - 8$
 $= 2a^3 - a^2 - 2a - 8$

$$\begin{array}{r}
 2a^2 + 3a + 4 \\
 \times) \quad a - 2 \\
 \hline
 2a^3 + 3a^2 + 4a \\
 - 4a^2 - 6a - 8 \\
 \hline
 2a^3 - a^2 - 2a - 8
 \end{array}$$

確認問題 4 次の式を展開せよ.

□(1) $a(2x^2 - 3xy + y^2)$ □(2) $3x(x^2 - x + 5)$
 □(3) $(x - 3)(2x^2 + 3x + 3)$ □(4) $(1 - x)(x^2 - 4x - 2)$
 □(5) $(x^2 - 4x + 3)(x - 2)$ □(6) $(-x^2 + 3x - 2)(2 - x)$
 □(7) $(3x + 5)(2x^2 - 4x - 5)$ □(8) $(x^2 - 3x + 2)(3 - 2x)$
 □(9) $(x^3 - x + 2)(2x^2 + 4)$ □(10) $(3x + 2x^2 + 5)(x^2 - 2x + 3)$

練 成 問 題 A

1 A, B が次のように与えられているとき, $A + B, A - B$ を求めよ.

(⇒ ポイント 1)

□(1) $A = 2x^2 + 5x - 3, B = 3x^2 - x + 5$

□(2) $A = 4 + 3x^2 - x, B = 2x - 3x^2 - 4$

□(3) $A = 3x^3 + 5x^2 - 3x + 2, B = 2x^3 - 3x^2 + 5x + 6$

□(4) $A = 3 + 4x^2 - x + 3x^3, B = 2x^2 + x - 4x^3 + 5$

□(5) $A = x^3 - 5x^2 + 4x - 7, B = 3x^2 - x + 8$

□(6) $A = x^2 + 3x^3 + 2x + 3, B = 5x - 4x^3 + 2$

□(7) $A = 5a^3 - 2a + 3a^2 + 4, B = 4a^2 - 3 + 5a^3 + 8a$

□(8) $A = 5(2x - 3y), B = 3(-3x + 4y)$

□(9) $A = \frac{x^2}{2} - \frac{xy}{4} + \frac{y^2}{3}, B = \frac{x^2}{6} + \frac{xy}{3} - \frac{y^2}{6}$

□(10) $A = \frac{3x - 5y}{4}, B = \frac{4x - 3y}{3}$

□(11) $A = 2x^2 - 4x + \sqrt{3}, B = \sqrt{3}x^2 + 8x - 2\sqrt{3}$

□(12) $A = 2\sqrt{5} - 4x^2 + \sqrt{3}x, B = 3\sqrt{3}x - 7x^2 + 4$

2 次の問に答えよ.

(⇒ ポイント 2)

□(1) $A = -3x^2 + 4x - 5, B = 4x^2 - 3x + 7, C = 2x^2 + 5x - 3$ のとき, $-A + B + C$ を求めよ.

□(2) $A = x^2 - 3xy + y^2, B = -x^2 + 2xy - 2y^2, C = x^2 - 3xy - 3y^2$ のとき, $A - 2B + C$ を求めよ.

3 次の問に答えよ.

(⇒ ポイント 2)

(1) $A = 2x^2 - 3xy + y^2$, $B = 2xy - x^2 + 3y^2$, $C = -2y^2 + 5x^2 + 3xy$ とするとき, 次のものを求めよ.

□① $A + B + C$

□② $2A - B + 3C$

□③ $2B - C + \frac{1}{2}A$

□④ $-3(A - 2B + 4C) + 2(2A - 3B + C)$

(2) $A = x^2 - 2x + 3$, $B = -x^2 - 5x + 7$, $C = -x + 3 + x^2$ のとき, 次のものを求めよ.

□① $A + B$

□② $A - C$

□③ $A - (2B - C)$

□④ $A - \{B - (2A + B) + C\}$

□(3) $A = 2x^2 - 5x - 2$, $B = -3x^2 + 5x + 4$ のとき, $A + X = B$ をみたす整式 X を求めよ.□(4) $A = -3x^2 + 5xy - y^2$, $B = 2x^2 - 3xy - 2y^2$, $C = 3x^2 + 2xy - y^2$ のとき, $2A + B + X = C$ をみたす整式 X を求めよ.

4 次の計算をせよ.

(⇒ ポイント 3)

□(1) $2a^3 \times 3a^6$

□(2) $(x^3)^5 \times x^4$

□(3) $(-b^3)^5$

□(4) $(2a^2)^4$

□(5) $6x^2y \times 3xy^2$

□(6) $(-2a^2b) \times (-3ab^2)^3$

□(7) $(-3x^2y)^3 \times 2xy$

□(8) $(2xy^2)^3 \times \left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^2$

□(9) $\left(\frac{3}{10}xy^2\right)^3 \times (5x^2y)^4$

5 次の式を展開せよ.

(⇒ ポイント 4)

□(1) $a(2x^2 - 4xy + 4y^2)$

□(2) $b(x^2 - 3axy + 5y^2)$

□(3) $a(x^2 - 2ax + a^2)$

□(4) $-y(x^2 - 2xy - 4y^2)$

□(5) $(x - 2)(4x^2 - 3x + 2)$

□(6) $(3 - x)(2x^2 - 4x + 1)$

□(7) $(x^2 + 4x - 4)(x + 3)$

□(8) $(2x^2 - 3x - 5)(2 - x)$

□(9) $(2x - 3)(3x^2 - 8x + 3)$

□(10) $(2 - 3x)(x^2 - 5x + 2)$

□(11) $(x^2 - 3x^3 + 2x)(4 - 3x)$

□(12) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 2x + 4)$

3 乗法の公式

ポイント① 乗法公式(1)

$$[1] \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$[2] \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$[3] \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\text{例} \quad (1) \quad (2x + y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot y + y^2 \\ = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$(2) \quad (a - 3b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot (3b) + (3b)^2 \\ = a^2 - 6ab + 9b^2$$

$$(3) \quad (2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 \\ = 4x^2 - 9y^2$$

確認問題 1 次の式を展開せよ。

$$\square(1) \quad (x + y)^2$$

$$\square(3) \quad (2x + 3)^2$$

$$\square(5) \quad (a - 3b)^2$$

$$\square(7) \quad (2x - 5y)^2$$

$$\square(9) \quad (2x + y)(2x - y)$$

$$\square(11) \quad (3x - 4y)(3x + 4y)$$

$$\square(13) \quad (-3x + y)(-3x - y)$$

$$\square(15) \quad \left(\sqrt{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\sqrt{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\square(2) \quad (x - 2)^2$$

$$\square(4) \quad (x + 2y)^2$$

$$\square(6) \quad (3x + 4y)^2$$

$$\square(8) \quad (x + y)(x - y)$$

$$\square(10) \quad (x - 3y)(x + 3y)$$

$$\square(12) \quad \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$\square(14) \quad (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

ポイント② 乗法公式(2)

$$[4] \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$[5] \quad (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$\text{例} \quad (1) \quad (x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + 2 \cdot 3 \\ = x^2 + 5x + 6$$

$$(2) \quad (x - 4)(x + 5) = x^2 + (-4 + 5)x + (-4) \cdot 5 \\ = x^2 + x - 20$$

$$(3) \quad (2x + 3)(4x + 5) = 2 \cdot 4 \cdot x^2 + (2 \cdot 5 + 3 \cdot 4)x + 3 \cdot 5 \\ = 8x^2 + 22x + 15$$

$$(4) \quad (3x - 2)(2x + 3) = 3 \cdot 2 \cdot x^2 + \{3 \cdot 3 + (-2) \cdot 2\}x + (-2) \cdot 3 \\ = 6x^2 + 5x - 6$$

確認問題 2 次の式を展開せよ.

□(1) $(x+3)(x+4)$

□(2) $(x-2)(x+5)$

□(3) $(x+3)(x-5)$

□(4) $(x-2)(x-6)$

□(5) $(3x+2)(5x+3)$

□(6) $(2x-3)(3x+4)$

□(7) $(3x+2)(4x-3)$

□(8) $(2x-3)(3x-2)$

ポイント③ 乗法公式(3)

[6] $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

[例] $(a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot (-c) + 2 \cdot (-c) \cdot a$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

$$(2a-4b-3c)^2 = (2a)^2 + (-4b)^2 + (-3c)^2 + 2 \cdot 2a \cdot (-4b) + 2 \cdot (-4b) \cdot (-3c) + 2 \cdot (-3c) \cdot (2a)$$

$$= 4a^2 + 16b^2 + 9c^2 - 16ab + 24bc - 12ca$$

確認問題 3 次の式を展開せよ.

□(1) $(a+b+2c)^2$

□(2) $(a+b-2)^2$

□(3) $(2a-b+3c)^2$

□(4) $(a-2b-2c)^2$

□(5) $(3a-2b+4c)^2$

□(6) $(2a-3b-5c)^2$

ポイント④ 乗法公式の応用

式の形に応じて工夫すると公式が使える場合がある.

$$(a^2+a+1)(a^2-a+1) = \{(a^2+1)+a\}\{(a^2+1)-a\} = (a^2+1)^2 - a^2$$

$$= a^4 + 2a^2 + 1 - a^2 = a^4 + a^2 + 1$$

確認問題 4 次の式を展開せよ.

□(1) $(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

□(2) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$

□(3) $(2x^2+x-3)(2x^2-x-3)$

□(4) $(3x^2-2x+4)(3x^2+2x+4)$

--- --- 練 成 問 題 A --- ---

1 次の式を展開せよ.

(⇒ ポイント 1)

□(1) $(x - 3)^2$

□(2) $(2x + 6)^2$

□(3) $(3x + y)^2$

□(4) $(x - 2y)^2$

□(5) $(2a - 3b)^2$

□(6) $(3x + 5y)^2$

□(7) $(a + c)(a - c)$

□(8) $(3x + y)(3x - y)$

□(9) $(x - 4y)(x + 4y)$

□(10) $(2x + 7y)(2x - 7y)$

□(11) $(-x + 2y)(-x - 2y)$

□(12) $(-3x - y)(3x - y)$

2 次の式を展開せよ.

(⇒ ポイント 2)

□(1) $(x + 2)(x + 5)$

□(2) $(x + 6)(x - 3)$

□(3) $(x - 2)(x + 6)$

□(4) $(x - 5)(x - 7)$

□(5) $(2x + 5)(3x + 4)$

□(6) $(5x + 3)(2x - 6)$

□(7) $(3x - 4)(2x + 7)$

□(8) $(4x - 5)(x - 4)$

□(9) $(2x - 5)(3x + 2)$

3 次の式を展開せよ.

(⇒ ポイント 3)

□(1) $(x - y + 1)^2$

□(2) $(a - 3b + 2c)^2$

□(3) $(2a - b + 4c)^2$

□(4) $(3a - 2b + 5c)^2$

4 次の式を展開せよ.

(⇒ ポイント 4)

□(1) $(x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x + 3)$

□(2) $(4x^2 + 2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$

--- --- 練 成 問 題 B --- ---

1 次の式を展開せよ.

$$\square(1) \quad (3x + 5)^2$$

$$\square(2) \quad (5x - 4)(7x + 2)$$

$$\square(3) \quad (3x + 5)(4x - 3)$$

$$\square(4) \quad (2x - 3)(3x - 5)$$

2 次の式を展開せよ.

$$\square(1) \quad (x + y + 3)(x + y - 2)$$

$$\square(2) \quad (a - b + 2)(a - b - 6)$$

$$\square(3) \quad (x + 3y + 2)(x + 3y - 5)$$

$$\square(4) \quad (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x - 3)$$

3 次の式を展開せよ.

$$\square(1) \quad (a - b + c)(a - b - c)$$

$$\square(2) \quad (a + b + c)(-a + b + c)$$

$$\square(3) \quad (a + b + c + d)(a + b - c - d)$$

$$\square(4) \quad (a + b + c + d)(a - b + c - d)$$

4□ 次の式を展開せよ.

$$\frac{1}{2} \{ (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \}$$

5 次の式を展開せよ.

$$\square(1) \quad (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$\square(2) \quad (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$$

6 次の式を展開せよ.

$$\square(1) \quad (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$$

$$\square(2) \quad (x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3)$$

7 次の式を展開せよ.

$$\square(1) \quad x^2 - (2xy + x)(x - 2xy)$$

$$\square(2) \quad (x + y + z)^2 - (x - y + z)^2$$

4 因数分解 (I)

ポイント① 因数分解の公式(1)

因数分解は、まず共通因数をくくり出すことから始める。

$$[1] \quad ma + mb = m(a + b)$$

$$[例] \quad (1) \quad x^3y^2 + x^2y^3 = x^2y^2(x + y)$$

$$(2) \quad (a - b)x - (a - b)y = (a - b)(x - y)$$

確認問題 1 次の問に答えよ。

(1) 次の式を因数分解せよ。

$$\square ① \quad 3ax - 2ay$$

$$\square ② \quad 4ab - 6a$$

$$\square ③ \quad x^3y^2 - x^2y^3$$

$$\square ④ \quad x^2 - 2xy + 3x$$

$$\square ⑤ \quad 2bx - 4ax - 6x$$

$$\square ⑥ \quad 2x^3y - 4x^2y^2 - 6axy^2$$

(2) 次の式を因数分解せよ。

$$\square ① \quad (2a - 3b)xy + (a - 3b)xy$$

$$\square ② \quad (a + b)x + (a + b)y$$

$$\square ③ \quad (a - b)x - 2(a - b)y$$

$$\square ④ \quad a(x - y) - 3b(x - y)$$

$$\square ⑤ \quad (a - b)x + (b - a)y$$

$$\square ⑥ \quad a(x - y) - b(y - x)$$

ポイント② 因数分解の公式(2)

$$[2] \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$[3] \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$[4] \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$[例] \quad (1) \quad x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 \\ = (x + 3)^2$$

$$(2) \quad 4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 \\ = (2x - 3)^2$$

$$(3) \quad 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 \\ = (3x + 2)(3x - 2)$$

確認問題 2 次の式を因数分解せよ。

$$\square (1) \quad x^2 + 4x + 4$$

$$\square (2) \quad x^2 - 6x + 9$$

$$\square (3) \quad 4x^2 + 12x + 9$$

$$\square (4) \quad 9x^2 - 12x + 4$$

$$\square (5) \quad x^2 - 9$$

$$\square (6) \quad 9a^2 - 16b^2$$

$$\square (7) \quad x^2 - \frac{1}{25}$$

$$\square (8) \quad \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2$$

ポイント③ 因数分解の公式(3)

[5] $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

[6] $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

例 (1) $x^2 + 5x + 6 = x^2 + (2+3)x + 2 \cdot 3 = (x+2)(x+3)$

(2) $2x^2 + 7x + 6$ を因数分解する.

$$\begin{cases} 2 \text{ は } 1 \times 2 \\ 6 \text{ は } 1 \times 6, 2 \times 3 \end{cases}$$

この中から,

$$\begin{array}{ccc} a & \times & b \longrightarrow bc \\ c & \times & d \longrightarrow ad \\ \hline ac & bd & ad+bc \end{array} \quad \left(\begin{array}{ccc} 1 & \times & 2 \longrightarrow 2 \\ 2 & \times & 3 \longrightarrow 6 \\ \hline 2 & 6 & 7 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} x+2 \\ 2x+3 \end{array} \right)$$

にあてはまる組み合わせを見つける.

右上の考察より

$$2x^2 + 7x + 6 = (x+2)(2x+3)$$

(3) $6x^2 + 13xy + 6y^2$ を因数分解する.6 は $1 \times 6, 2 \times 3$ だから

$$\begin{array}{ccc} 2 & \times & 3 \longrightarrow 6 \\ 3 & \times & 2 \longrightarrow 6 \\ \hline 6 & 6 & 13 \end{array}$$

よって

$$6x^2 + 13xy + 6y^2 = (2x+3y)(3x+2y)$$

(4) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{13}{36}xy + \frac{1}{6}y^2$ を因数分解する.

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x^2 + \frac{13}{36}xy + \frac{1}{6}y^2 &= \frac{1}{36}(6x^2 + 13xy + 6y^2) \\ &= \frac{1}{36}(2x+3y)(3x+2y) \quad \dots\dots(3)\text{の結果より} \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x^2 + \frac{13}{36}xy + \frac{1}{6}y^2 &= \frac{1}{36}(2x+3y)(3x+2y) \\ &= \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y \right) \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y \right) \end{aligned}$$

確認問題 3 次の式を因数分解せよ.

□(1) $x^2 + 3x + 2$

□(3) $x^2 + 2x - 8$

□(5) $x^2 - 8xy + 15y^2$

□(7) $3x^2 + 11x + 10$

□(9) $3x^2 - 8x + 4$

□(11) $12x^2 - 11x - 15$

□(13) $10x^2 + 19xy + 6y^2$

□(15) $16x^2 - 16xy + 3y^2$

□(17) $\frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{72}x + \frac{1}{12}$

□(2) $x^2 - 5x + 6$

□(4) $x^2 + 5xy + 6y^2$

□(6) $x^2 + 3xy - 10y^2$

□(8) $2x^2 - x - 15$

□(10) $6x^2 - 13x + 6$

□(12) $9x^2 - 18x + 8$

□(14) $12x^2 - 15xy - 18y^2$

□(16) $24x^2 - 52xy + 24y^2$

□(18) $\frac{1}{12}x^2 - \frac{17}{72}x + \frac{1}{6}$

練 成 問 題 A

1 次

(⇒ ポイント 1)

□(1) $4bx - 6ax$

□(2) $2ax - 8x$

□(3) $3ax - 6a$

□(4) $5xy - 3y$

□(5) $x^2y - xy^2$

□(6) $2x^2 - 6xy - 4x$

□(7) $10bx - 2ax + 4x$

□(8) $3xy^2 - 12x^2y + 6x^2y^2$

2 次

(⇒ ポイント 1)

□(1) $(2a - b)x + (2b - 3a)x$

□(2) $x(3a - b) - x(2a + 4b)$

□(3) $ab(2x - y) - ab(2y - 3x)$

□(4) $(a - 2b)x + (a - 2b)y$

□(5) $(2a - 1)x - 2(2a - 1)y$

□(6) $a(2x - 3y) - 2b(2x - 3y)$

□(7) $(a - b)x + 2(b - a)y$

□(8) $a(x - 2y) - b(2y - x)$

3 次

(⇒ ポイント 2)

□(1) $x^2 + 2x + 1$

□(2) $x^2 - 4x + 4$

□(3) $4x^2 - 4x + 1$

□(4) $9x^2 + 6x + 1$

□(5) $9x^2 + 30x + 25$

□(6) $9x^2 - 24x + 16$

□(7) $x^2 - 16$

□(8) $x^2 - \frac{1}{4}$

□(9) $9x^2 - 1$

□(10) $\frac{x^2}{16} - 1$

□(11) $16x^2 - 25$

□(12) $25x^2 - 9y^2$

□(13) $4x^2 - \frac{1}{9}$

□(14) $\frac{x^2}{4} - \frac{1}{16}$

(⇒ ポイント3)

4 次の式を因数分解せよ.

□(1) $x^2 + 4x + 3$

□(2) $x^2 + 5x + 4$

□(3) $x^2 - 6x + 8$

□(4) $x^2 - 3x - 10$

□(5) $x^2 - 4x - 96$

□(6) $x^2 + 8xy + 12y^2$

□(7) $x^2 - 7xy + 12y^2$

□(8) $x^2 + 4xy - 12y^2$

□(9) $x^2 + 4ax - 21a^2$

□(10) $y^2 - 7by + 10b^2$

□(11) $x^2 - bx - 6b^2$

□(12) $6x^2 - x - 1$

□(13) $8x^2 + 2x - 1$

□(14) $12x^2 + x - 1$

5 次の式を因数分解せよ.

(⇒ ポイント3)

□(1) $2x^2 + 5x + 3$

□(2) $3x^2 - 4x - 4$

□(3) $2x^2 - 9x + 10$

□(4) $2x^2 - 7x + 6$

□(5) $2x^2 - 11x - 21$

□(6) $6x^2 + 17x + 5$

□(7) $6x^2 - 13x - 28$

□(8) $15x^2 - 29x + 12$

□(9) $24x^2 - 7x - 6$

□(10) $12x^2 - 16x - 35$

□(11) $12x^2 - 11xy - 15y^2$

□(12) $8x^2 - 26xy + 15y^2$

□(13) $12x^2 - 22xy + 6y^2$

□(14) $36x^2 - 21xy - 30y^2$

□(15) $3x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}$

□(16) $6x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{12}$

□(17) $2x^2 + \frac{5}{6}xy - \frac{1}{3}y^2$

□(18) $3x^2 + \frac{3}{2}xy - \frac{10}{3}y^2$

5 因数分解 (II)

ポイント① 因数分解の工夫(1): 置き換え

共通因数をくくり出したり、置き換えを工夫することにより、因数分解の公式を適用することができる場合がある。

例題 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^4 - 1$

(2) $x^4 - 5x^2 + 4$

(3) $(x + y)^2 - (x + y) - 12$

(解答) (1) $x^2 = t$ とおく。

$$\begin{aligned} x^4 - 1 &= t^2 - 1 \\ &= (t - 1)(t + 1) \\ &= (x^2 - 1)(x^2 + 1) \\ &= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) \end{aligned}$$

(2) $x^2 = t$ とおく。

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= t^2 - 5t + 4 \\ &= (t - 4)(t - 1) \\ &= (x^2 - 4)(x^2 - 1) \\ &= (x - 2)(x + 2)(x - 1)(x + 1) \end{aligned}$$

(3) $x + y = t$ とおく。

$$\begin{aligned} (x + y)^2 - (x + y) - 12 &= t^2 - t - 12 \\ &= (t + 3)(t - 4) \\ &= (x + y + 3)(x + y - 4) \end{aligned}$$

確認問題 1 次の式を因数分解せよ。

□(1) $x^4 - 16$

□(2) $16x^4 - 81y^4$

□(3) $x^4 - 13x^2 + 36$

□(4) $x^4 - 20x^2 + 64$

□(5) $x^4 + 7x^2 + 10$

□(6) $x^4 - 7x^2 - 18$

□(7) $36x^4 - 25x^2 + 4$

□(8) $(x - y)^2 - (x - y) - 6$

□(9) $(x - 2y)^2 - 6(x - 2y) + 8$

□(10) $(2x - 3y)^2 - 4(2x - 3y) - 5$

ポイント② 因数分解の工夫(2): 次数の低い文字に注目

文字が数種類含まれているときは、一番次数の低い文字について整理するとよい場合が多い。

例題 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2y + x^3 - 2x^2 - 4y$

(2) $3x^2 + 3ax - 2x - 2a$

(解答) (1) $\left. \begin{array}{l} x \text{ について 3 次} \\ y \text{ について 1 次} \end{array} \right\}$ なので、 y について整理する。

$$\begin{aligned} x^2y + x^3 - 2x^2 - 4y &= (x^2 - 4)y + x^2(x - 2) \\ &= (x - 2)(x + 2)y + x^2(x - 2) \\ &= (x - 2)\{(x + 2)y + x^2\} \\ &= (x - 2)(x^2 + xy + 2y) \end{aligned}$$

- (2) $\left. \begin{array}{l} x \text{ について2次} \\ a \text{ について1次} \end{array} \right\}$ なので, a について整理する.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 3ax - 2x - 2a &= (3x - 2)a + x(3x - 2) \\ &= (3x - 2)(x + a) \end{aligned}$$

(別解) $3x^2 + 3ax - 2x - 2a = 3x^2 + (3a - 2)x - 2a$
 $= (x + a)(3x - 2)$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & a \longrightarrow 3a \\ 3 & & -2 \longrightarrow -2 \\ \hline 3 & & -2a \quad 3a - 2 \end{array}$$

確認問題 2 次の式を因数分解せよ.

□(1) $x^2y + x^2 - 9y - 3x$

□(2) $x^2y + 2x^2 - 4y - x^3$

□(3) $a^2 + ac - b^2 + bc$

□(4) $ac + 2bc + a^2 - 4b^2$

□(5) $x^3 + x^2y - 2x^2 - 5xy + 6y$

□(6) $4xy - x^2y + x^3 - 3x^2 - 3y$

□(7) $4y^2 - 2x^2 + x^2y - xy^2 + 2xy - 2y^3$

□(8) $y^3 - xy^2 + x^2y - 2y^2 + 2xy - 2x^2$

□(9) $4a^2c + 2a^2b + b^2c + 4abc + ab^2$

□(10) $2c^3 + a^2b + ac^2 + 2abc$

□(11) $a^2b - ab^2 - b^2c + ca^2$

□(12) $2x^2 + 2ax - 3x - 3a$

ポイント③ 因数分解の工夫(3): 同次数の場合

文字の次数が同じ場合には, どれか1つに注目して解く.

例題 $2x^2 + 3xy + y^2 - 5x - 4y + 3$ を因数分解せよ.

(解答) x, y どちらについても2次であるので, 2次の係数が1である y について整理する.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3xy + y^2 - 5x - 4y + 3 &= y^2 + (3x - 4)y + (2x^2 - 5x + 3) \\ 2x^2 - 5x + 3 &= (x - 1)(2x - 3) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \text{与式} &= y^2 + (3x - 4)y + (x - 1)(2x - 3) \\ &= \{y + (x - 1)\} \{y + (2x - 3)\} \\ &= (x + y - 1)(2x + y - 3) \end{aligned}$$

(別解) x について整理すると次のようになる.

$$\begin{aligned} 2x^2 + 3xy + y^2 - 5x - 4y + 3 &= 2x^2 + (3y - 5)x + (y^2 - 4y + 3) \\ y^2 - 4y + 3 &= (y - 1)(y - 3) \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2x^2 + (3y - 5)x + (y - 1)(y - 3) \\ &= \{x + (y - 1)\} \{2x + (y - 3)\} \\ &= (x + y - 1)(2x + y - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & -1 \longrightarrow -2 \\ 2 & & -3 \longrightarrow -3 \\ \hline 2 & & 3 \quad -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & x - 1 \longrightarrow x - 1 \\ 1 & & 2x - 3 \longrightarrow 2x - 3 \\ \hline 1 & & (x - 1)(2x - 3) \quad 3x - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & y - 1 \longrightarrow 2y - 2 \\ 2 & & y - 3 \longrightarrow y - 3 \\ \hline 2 & & (y - 1)(y - 3) \quad 3y - 5 \end{array}$$

確認問題 3 次の式を因数分解せよ.

□(1) $3x^2 + y^2 - 4xy - x + 3y - 4$

□(2) $4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3$

□(3) $3x^2 + 7xy - 6y^2 + 7x - y + 2$

□(4) $6x^2 - 7xy - 3y^2 + x + 4y - 1$

□(5) $-x^2 + 5xy - 6y^2 + 5x - 13y - 6$

□(6) $-2x^2 - xy + 3y^2 + 7x - 2y - 5$

--- --- 練 成 問 題 A --- ---

7 次の式を因数分解せよ.

(⇒ ポイント1)

□(1) $x^4 - 81$

□(2) $x^4 - 256y^4$

□(3) $81x^4 - y^4$

□(4) $256a^4 - 81b^4$

□(5) $x^4 - 25x^2 + 144$

□(6) $x^4 - 4x^2 - 45$

□(7) $x^4 + 7x^2 + 12$

□(8) $36x^4 - 7x^2 - 4$

□(9) $48x^4 - 11x^2 - 9$

□(10) $(2a - b)^2 + (2a - b) - 6$

□(11) $(2a - 3b)^2 + 5(2a - 3b) + 6$

□(12) $(5x + 3y)^2 + 6(5x + 3y) - 7$

□(13) $6(3a - 2b)^2 - 5(3a - 2b) - 6$

□(14) $8(a + 4b)^2 - 14(a + 4b) + 5$

2 次の式を因数分解せよ.

(⇒ ポイント2)

□(1) $x^2y + x^2 - 16y - 4x$

□(2) $3x^3 + 9x^2y - x^2 - y$

□(3) $4a^2 + 2ac - 9b^2 - 3bc$

□(4) $4a^2 - bc - b^2 + 2ac$

□(5) $x^3 - xy + x^2y + 2x^2 - 6y$

□(6) $8y - x^2y + x^3 - 2xy - 2x^2$

□(7) $x^2y - 3y^3 - 2xy^2 - 3y^2 + x^2 - 2xy$

□(8) $x^2 - 2y^2 + x^2y - 2y^3 + xy + xy^2$

□(9) $a^2b + 2abc + ab^2 + b^2c + ca^2$

□(10) $2abc + 2a^3 + b^2c + a^2b$

□(11) $a^2b + ca^2 - bc^2 - c^2a$

□(12) $3x^2 + 3bx - 2x - 2b$

3 次の式を因数分解せよ.

(⇒ ポイント3)

□(1) $2x^2 - 3xy + y^2 - 4y + 5x + 3$

□(2) $3x^2 - y^2 + 2xy - 4x + 1$

□(3) $2x^2 - 7xy + 6y^2 + x - y - 1$

□(4) $9x^2 + 3xy - 6y^2 + 6x + 11y - 3$

□(5) $-x^2 + 5xy - 6y^2 - 7x + 17y - 12$

□(6) $-15x^2 + 13xy - 2y^2 - 9x - y + 6$

練 成 問 題 B

1 次の式を因数分解せよ.

$$\square(1) \quad x^4 + 5x^2 - 36$$

$$\square(2) \quad x^4 - 7x^2 + 9$$

$$\square(3) \quad x^4 - 7x^2 + 1$$

$$\square(4) \quad x^4 - 8x^2 + 4$$

$$\square(5) \quad x^4 + x^2 + 1$$

$$\square(6) \quad 6(x - 2y)^2 - 5(x - 2y) - 6$$

$$\square(7) \quad (x^2 + 4x)^2 - 3(x^2 + 4x) - 18$$

$$\square(8) \quad (x^2 + 7x)^2 + 2(x^2 + 7x) - 80$$

$$\square(9) \quad (x + y)(x + y + 5) + 6$$

$$\square(10) \quad 4x^3 + 4ax - 3x^2 - 3a$$

$$\square(11) \quad x^2 + xy + 4x - 2y^2 + 5y + 3$$

$$\square(12) \quad 4x^2 - 4xy + y^2 + 10x - 5y + 6$$

$$\square(13) \quad 6x^2 - y^2 + xy - 8x + y + 2$$

$$\square(14) \quad 2x^2 - xy + 3x - 6y^2 + 8y - 2$$

$$\square(15) \quad 9x^2 + 6xy - 8y^2 + 3x + 16y - 6$$

$$\square(16) \quad -15x^2 + 16xy - 4y^2 - 3x - 2y + 12$$

2 次の式を因数分解せよ.

$$\square(1) \quad (a + b + c + 1)(a + 1) + bc$$

$$\square(2) \quad a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$$

$$\square(3) \quad bc(b - c) + ca(c - a) + ab(a - b)$$

$$\square(4) \quad x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$$

$$\square(5) \quad (x^2 + y^2 - z^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$\square(6) \quad (a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$$

1 整式 (P4~P7)

◇確認問題 (P4~P5)

- 1 (1) ① 係数 6, 次数 5 ② 係数 $6y^3$, 次数 2
 ③ 係数 $6x^2$, 次数 3
 (2) ① 係数 $2ab$, 次数 2 ② 係数 $2bx^2$, 次数 1
 ③ 係数 $2x^2$, 次数 2
 (3) ① 係数 $-5a^2b$, 次数 3
 ② 係数 $-5a^2byz$, 次数 1
 ③ 係数 $-5bxyz$, 次数 2
 2 (1) ① 6 ② 2 ③ 6
 (2) ① 5 ② 6 ③ 1
 3 (1) $4x$ (2) $5y$ (3) $-2x - y$
 (4) $3x + 8a$ (5) $-3x^2 + x + 4$ (6) $4x^2y + 2xy^2$
 4 (1) ① $5x^3 + 4x^2 + 3x - 2$ ② $-3x^4 + x^3 + 6x + 2$
 (2) ① $x^2 + 5x + 1$ ② $3x^3 + 3x^2 - 4x - 2$
 (3) ① $-ax^2 + 3x + 8$ ② $(5 + b)x^2 + 5x + (-a + 2)$
 ③ $(y - 3)x^2 + (y^2 + 6)x - 4y$
 ④ $(2y + 3b)x^2 + (3y^2 - 3a + 5)x + 6$

◇練成問題A (P6~P7)

- 1 (1) ① 係数 23, 次数 5 ② 係数 $23y^2$, 次数 3
 ③ 係数 $23x^2$, 次数 2
 (2) ① 係数 $-7abc$, 次数 6 ② 係数 $-7abcy$, 次数 5
 ③ 係数 $-7abx^2y$, 次数 1
 (3) ① 係数 6^2ac^2 , 次数 3 ② 係数 6^2ac^2z , 次数 2
 ③ 係数 6^2axyz , 次数 2 ④ 係数 6^2 , 次数 6
 ⑤ 係数 6^2xyz , 次数 3 ⑥ 係数 6^2axz , 次数 3
 2 (1) ① 5 ② 3 ③ 4
 (2) ① 3 ② 3 ③ 3
 (3) ① 4 ② 5 ③ 2
 (4) ① 2 ② 4 ③ 5
 3 (1) $-x$ (2) $(\sqrt{2} - 3)x$
 (3) 0 (4) $8x - 2a$
 (5) $-a - b$ (6) $(\frac{2}{3} - \sqrt{3})x + 9a$
 (7) $3x^2 + 4x + 15$ (8) $-5x^2y - 4xy^2$
 4 (1) ① $(10 - 2a)x$ ② $-x^2 + (-3 + 2a)x + a$
 ③ $(a - b)x^2 + (-2 + 5a)x + c$
 ④ $(a + f)x^2 + (b + e)x + (c + d)$
 (2) ① y ② $(3 - a + b)y$
 ③ $(5 - a)y^2 + 3y + 3$ ④ $(2x - 4)y^2 + (3 - a)y$
 5 (1) ① $-5x^3 + 3x^2 - 2$ ② $3x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 4x$
 ③ $5x^3 + 4x - 3$ ④ $7x^5 + x^4 - x$
 ⑤ $-2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}x - 6$
 ⑥ $x^3 + (\frac{5}{4} + \sqrt{5})x^2 - 4x + \sqrt{5}$
 (2) ① $3ax^3 - 5x^2 + 6x + b$
 ② $(b - 6)x^3 + (a - 7)x^2 + 6$
 ③ $x^2y + 2x^2y^3 + (y^2 + 3ay)x$
 ④ $(4y - a)x^2 + (-2y^2 + b)x + 5$
 6 (1) $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + y^3$
 (2) $y^3 + 3xy^2 - 2x^2y + x^3$
 7 (1) $(2a + 4y)x^2 - 5xy^2 + by^2$
 (2) $(-5x + b)y^2 + 4x^2y + 2ax^2$

2 整式の加法・減法・乗法 (P8~P11)

◇確認問題 (P8~P9)

- 1 (1) $A + B = 7x^2 - x + 7$, $A - B = -x^2 - 3x + 1$
 (2) $A + B = -x^2 + x + 10$, $A - B = -11x^2 + 7x$
 (3) $A + B = 3x^3 + 2x^2 + 2x + 1$, $A - B = -x^3 - 6x^2 + 8x - 9$
 (4) $A + B = 5x^3 - x^2 + 7x + 9$, $A - B = -x^3 + 7x^2 + x - 3$
 (5) $A + B = -x^3 + 6x^2 - 9x + 8$, $A - B = -x^3 + 2x^2 - 3x + 2$
 (6) $A + B = 7x^3 - x^2 + x + 11$, $A - B = 7x^3 + 5x^2 - 11x + 1$
 (7) $A + B = 4a^3 + 5a^2 + 3a + 8$, $A - B = -2a^3 + a^2 - 7a + 2$
 (8) $A + B = 18x - 13y$, $A - B = -6x + 5y$
 (9) $A + B = \frac{7}{12}x^2 - \frac{5}{6}xy + \frac{3}{4}y^2$
 $A - B = \frac{x^2}{12} - \frac{xy}{6} - \frac{y^2}{4}$
 (10) $A + B = \frac{22x - 29y}{20}$, $A - B = \frac{2x + 21y}{20}$
 (11) $A + B = (5 + \sqrt{3})x^2 + 5x$
 $A - B = (5 - \sqrt{3})x^2 + 9x - 2\sqrt{3}$
 (12) $A + B = -\sqrt{3}x^2 - 2x + (5 + \sqrt{2})$
 $A - B = -3\sqrt{3}x^2 + 6x + (\sqrt{2} - 5)$

- 2 (1) ① $A - B + C$
 $= (2x^2 + 4x - 6) - (-3x^2 + 6x - 5) + (5x^2 - 3x + 2)$
 $= 10x^2 - 5x + 1$
 ② $2A - 3B + C$
 $= 2(2x^2 + 4x - 6) - 3(-3x^2 + 6x - 5) + (5x^2 - 3x + 2)$
 $= 18x^2 - 13x + 5$
 ③ $2(A - B + C) - 3(A + B - C)$
 $= -A - 5B + 5C$
 $= -(2x^2 + 4x - 6) - 5(-3x^2 + 6x - 5) + 5(5x^2 - 3x + 2)$
 $= 38x^2 - 49x + 41$
 (2) ① $-A + B + C$
 $= -(x^2 - 2xy - 3y^2) + (2x^2 - 5xy + 4y^2)$
 $+ (3x^2 - 2xy - 4y^2)$
 $= 4x^2 - 5xy + 3y^2$
 ② $2A - 5B + 3C$
 $= 2(x^2 - 2xy - 3y^2) - 5(2x^2 - 5xy + 4y^2)$
 $+ 3(3x^2 - 2xy - 4y^2)$
 $= x^2 + 15xy - 38y^2$
 ③ $5(2A - 3B + 4C) - 4(3A - 2B + 3C)$
 $= -2A - 7B + 8C = 8x^2 + 23xy - 54y^2$
 3 (1) $6x^5$ (2) x^{10} (3) $-a^6$
 (4) $27x^6$ (5) $6x^3y^4$ (6) $24a^4b^4$
 (7) $-162x^5y^7$ (8) $12x^3y^3$ (9) $\frac{75}{4}a^5x^8$
 4 (1) $2ax^2 - 3axy + ay^2$ (2) $3x^3 - 3x^2 + 15x$
 (3) $2x^3 - 3x^2 - 6x - 9$ (4) $-x^3 + 5x^2 - 2x - 2$
 (5) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ (6) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$
 (7) $6x^3 - 2x^2 - 35x - 25$ (8) $-2x^3 + 9x^2 - 13x + 6$
 (9) $2x^5 + 2x^3 + 4x^2 - 4x + 8$ (10) $2x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 15$
 ◇練成問題A (P10~P11)
 1 (1) $A + B = 5x^2 + 4x + 2$, $A - B = -x^2 + 6x - 8$
 (2) $A + B = x$, $A - B = 6x^2 - 3x + 8$
 (3) $A + B = 5x^3 + 2x^2 + 2x + 8$, $A - B = x^3 + 8x^2 - 8x - 4$

- (4) $A + B = -x^3 + 6x^2 + 8$, $A - B = 7x^3 + 2x^2 - 2x - 2$
 (5) $A + B = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$, $A - B = x^3 - 8x^2 + 5x - 15$
 (6) $A + B = -x^3 + x^2 + 7x + 5$, $A - B = 7x^3 + x^2 - 3x + 1$
 (7) $A + B = 10a^3 + 7a^2 + 6a + 1$, $A - B = -a^2 - 10a + 7$
 (8) $A + B = x - 3y$, $A - B = 19x - 27y$

(9) $A + B = \frac{2}{3}x^2 + \frac{xy}{12} + \frac{y^2}{6}$

$A - B = \frac{x^2}{3} - \frac{7}{12}xy + \frac{y^2}{2}$

(10) $A + B = \frac{25x - 27y}{12}$, $A - B = \frac{-7x - 3y}{12}$

(11) $A + B = (2 + \sqrt{3})x^2 + 4x - \sqrt{3}$
 $A - B = (2 - \sqrt{3})x^2 - 12x + 3\sqrt{3}$

(12) $A + B = -11x^2 + 4\sqrt{3}x + (4 + 2\sqrt{5})$
 $A - B = 3x^2 - 2\sqrt{3}x + (2\sqrt{5} - 4)$

2(1) $-A + B + C$
 $= -(-3x^2 + 4x - 5) + (4x^2 - 3x + 7) + (2x^2 + 5x - 3)$
 $= 9x^2 - 2x + 9$

(2) $A - 2B + C$
 $= (x^2 - 3xy + y^2) - 2(-x^2 + 2xy - 2y^2)$
 $+ (x^2 - 3xy - 3y^2)$
 $= 4x^2 - 10xy + 2y^2$

3(1) ① $A + B + C$
 $= (2x^2 - 3xy + y^2) + (2xy - x^2 + 3y^2)$
 $+ (-2y^2 + 5x^2 + 3xy)$
 $= 6x^2 + 2xy + 2y^2$

② $2A - B + 3C$
 $= 2(2x^2 - 3xy + y^2) - (2xy - x^2 + 3y^2)$
 $+ 3(-2y^2 + 5x^2 + 3xy)$
 $= 20x^2 + xy - 7y^2$

③ $2B - C + \frac{1}{2}A$
 $= 2(2xy - x^2 + 3y^2) - (-2y^2 + 5x^2 + 3xy)$
 $+ \frac{1}{2}(2x^2 - 3xy + y^2)$
 $= -6x^2 - \frac{1}{2}xy + \frac{17}{2}y^2$

④ $-3(A - 2B + 4C) + 2(2A - 3B + C)$
 $= A - 10C = -48x^2 - 33xy + 21y^2$

(2) ① $A + B = (x^2 - 2x + 3) + (-x^2 - 5x + 7) = -7x + 10$

② $A - C = (x^2 - 2x + 3) - (-x + 3 + x^2) = -x$

③ $A - (2B - C) = A - 2B + C$
 $= (x^2 - 2x + 3) - 2(-x^2 - 5x + 7) + (-x + 3 + x^2)$
 $= 4x^2 + 7x - 8$

④ $A - \{B - (2A + B) + C\} = 3A - C$
 $= 3(x^2 - 2x + 3) - (-x + 3 + x^2) = 2x^2 - 5x + 6$

(3) $X = B - A = (-3x^2 + 5x + 4) - (2x^2 - 5x - 2)$
 $= -5x^2 + 10x + 6$

(4) $X = -2A - B + C$
 $= -2(-3x^2 + 5xy - y^2) - (2x^2 - 3xy - 2y^2)$
 $+ (3x^2 + 2xy - y^2)$
 $= 7x^2 - 5xy + 3y^2$

4(1) ① $6a^9$ (2) x^{19} (3) $-b^{15}$
 (4) $16a^8$ (5) $18x^3y^3$ (6) $54a^5b^7$

(7) $-54x^7y^4$ (8) $18x^7y^8$ (9) $\frac{135}{8}x^{11}y^{10}$

5(1) $2ax^2 - 4axy + 4ay^2$ (2) $bx^2 - 3abxy + 5by^2$
 (3) $ax^2 - 2a^2x + a^3$ (4) $-x^2y + 2xy^2 + 4y^3$
 (5) $4x^3 - 11x^2 + 8x - 4$ (6) $-2x^3 + 10x^2 - 13x + 3$
 (7) $x^3 + 7x^2 + 8x - 12$ (8) $-2x^3 + 7x^2 - x - 10$
 (9) $6x^3 - 25x^2 + 30x - 9$ (10) $-3x^3 + 17x^2 - 16x + 4$
 (11) $9x^4 - 15x^3 - 2x^2 + 8x$ (12) $x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 14x + 4$

3 乗法の公式 (P 12 ~ P 15)

◇確認問題 (P 12 ~ P 13)

1 (1) $x^2 + 2xy + y^2$ (2) $x^2 - 4x + 4$
 (3) $4x^2 + 12x + 9$ (4) $x^2 + 4xy + 4y^2$
 (5) $a^2 - 6ab + 9b^2$ (6) $9x^2 + 24xy + 16y^2$
 (7) $4x^2 - 20xy + 25y^2$ (8) $x^2 - y^2$
 (9) $4x^2 - y^2$ (10) $x^2 - 9y^2$
 (11) $9x^2 - 16y^2$ (12) $x^2 - \frac{1}{9}$ (13) $9x^2 - y^2$
 (14) $x^2 - 3$ (15) $2x^2 - \frac{1}{2}$

2(1) $x^2 + 7x + 12$ (2) $x^2 + 3x - 10$
 (3) $x^2 - 2x - 15$ (4) $x^2 - 8x + 12$
 (5) $15x^2 + 19x + 6$ (6) $6x^2 - x - 12$
 (7) $12x^2 - x - 6$ (8) $6x^2 - 13x + 6$

3(1) $a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4bc + 4ca$
 (2) $a^2 + b^2 + 2ab - 4a - 4b + 4$
 (3) $4a^2 + b^2 + 9c^2 - 4ab - 6bc + 12ca$
 (4) $a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 4ab + 8bc - 4ca$
 (5) $9a^2 + 4b^2 + 16c^2 - 12ab - 16bc + 24ca$
 (6) $4a^2 + 9b^2 + 25c^2 - 12ab + 30bc - 20ca$
 4(1) $\{(x^2 + 2) + x\}\{(x^2 + 2) - x\} = x^4 + 3x^2 + 4$
 (2) $\{(x^2 + 2) + 3x\}\{(x^2 + 2) - 3x\} = x^4 - 5x^2 + 4$
 (3) $\{(2x^2 - 3) + x\}\{(2x^2 - 3) - x\} = 4x^4 - 13x^2 + 9$
 (4) $\{(3x^2 + 4) - 2x\}\{(3x^2 + 4) + 2x\} = 9x^4 + 20x^2 + 16$

◇練習問題A (P 14)

1 (1) $x^2 - 6x + 9$ (2) $4x^2 + 24x + 36$
 (3) $9x^2 + 6xy + y^2$ (4) $x^2 - 4xy + 4y^2$
 (5) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ (6) $9x^2 + 30xy + 25y^2$
 (7) $a^2 - c^2$ (8) $9x^2 - y^2$
 (9) $x^2 - 16y^2$ (10) $4x^2 - 49y^2$
 (11) $x^2 - 4y^2$ (12) $-9x^2 + y^2$

2(1) $x^2 + 7x + 10$ (2) $x^2 + 3x - 18$
 (3) $x^2 + 4x - 12$ (4) $x^2 - 12x + 35$
 (5) $6x^2 + 23x + 20$ (6) $10x^2 - 24x - 18$
 (7) $6x^2 + 13x - 28$ (8) $4x^2 - 21x + 20$
 (9) $6x^2 - 11x - 10$

3(1) $x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y + 1$
 (2) $a^2 + 9b^2 + 4c^2 - 6ab - 12bc + 4ca$
 (3) $4a^2 + b^2 + 16c^2 - 4ab - 8bc + 16ca$
 (4) $9a^2 + 4b^2 + 25c^2 - 12ab - 20bc + 30ca$
 4(1) $\{(x^2 + 3) - 2x\}\{(x^2 + 3) + 2x\} = x^4 + 2x^2 + 9$
 (2) $\{(4x^2 + 1) + 2x\}\{(4x^2 + 1) - 2x\} = 16x^4 + 4x^2 + 1$

◇練習問題B (P 15)

1 (1) $9x^2 + 30x + 25$ (2) $35x^2 - 18x - 8$
 (3) $12x^2 + 11x - 15$ (4) $6x^2 - 19x + 15$

$$2(1) \{(x+y)+3\}\{(x+y)-2\} = x^2 + y^2 + 2xy + x + y - 6$$

$$(2) \{(a-b)+2\}\{(a-b)-6\} = a^2 + b^2 - 2ab - 4a + 4b - 12$$

$$(3) \{(x+3y)+2\}\{(x+3y)-5\} = x^2 + 9y^2 + 6xy - 3x - 9y - 10$$

$$(4) \{(x^2+2x)-1\}\{(x^2+2x)-3\} = x^4 + 4x^3 - 8x + 3$$

$$3(1) \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} = a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$$

$$(2) \{a+(b+c)\}\{-a+(b+c)\} = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$(3) \{(a+b)+(c+d)\}\{(a+b)-(c+d)\} = a^2 + b^2 - c^2 - d^2 + 2ab - 2cd$$

$$(4) \{(a+c)+(b+d)\}\{(a+c)-(b+d)\} = a^2 + c^2 - b^2 - d^2 + 2ac - 2bd$$

$$4 \quad x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$$

$$5(1) (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$$

$$(2) (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = (x^4 - 1)(x^4 + 1) = x^8 - 1$$

$$6(1) \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\} = \{(x^2 + 5x) + 4\}\{(x^2 + 5x) + 6\} = x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$$

$$(2) \{(x-3)(x+3)\}\{(x-1)(x+1)\} = (x^2 - 9)(x^2 - 1) = x^4 - 10x^2 + 9$$

$$7(1) x^2 + (2xy+x)(2xy-x) = 4x^2y^2 \quad (2) 4xy + 4yz$$

4 因数分解 (I) (P 16~P 19)

◇確認問題 (P 16~P 17)

$$1(1) ① a(3x-2y) \quad ② 2a(2b-3)$$

$$③ x^2y^2(x-y) \quad ④ x(x-2y+3)$$

$$⑤ 2x(b-2a-3) \quad ⑥ 2xy(x^2-2xy-3ay)$$

$$(2) ① 3(a-2b)xy \quad ② (a+b)(x+y)$$

$$③ (a-b)(x-2y) \quad ④ (a-3b)(x-y)$$

$$⑤ (a-b)(x-y) \quad ⑥ (a+b)(x-y)$$

$$2(1) (x+2)^2 \quad (2) (x-3)^2$$

$$(3) (2x+3)^2 \quad (4) (3x-2)^2$$

$$(5) (x-3)(x+3) \quad (6) (3a-4b)(3a+4b)$$

$$(7) \left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x + \frac{1}{5}\right) \quad (8) \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)$$

$$3(1) (x+1)(x+2) \quad (2) (x-2)(x-3)$$

$$(3) (x+4)(x-2) \quad (4) (x+2y)(x+3y)$$

$$(5) (x-3y)(x-5y) \quad (6) (x-2y)(x+5y)$$

$$(7) (x+2)(3x+5) \quad (8) (x-3)(2x+5)$$

$$(9) (x-2)(3x-2) \quad (10) (2x-3)(3x-2)$$

$$(11) (3x-5)(4x+3) \quad (12) (3x-4)(3x-2)$$

$$(13) (2x+3y)(5x+2y) \quad (14) 3(x-2y)(4x+3y)$$

$$(15) (4x-3y)(4x-y) \quad (16) 4(2x-3y)(3x-2y)$$

$$(17) \frac{1}{72}(3x-2)(4x-3) \quad (18) \frac{1}{72}(3x-4)(2x-3)$$

◇練成問題A (P 18~P 19)

$$1(1) 2x(2b-3a) \quad (2) 2x(a-4)$$

$$(3) 3a(x-2) \quad (4) y(5x-3)$$

$$(5) xy(x-y) \quad (6) 2(x-3y-2)$$

$$(7) 2x(5b-a+2) \quad (8) 3xy(y-4x+2xy)$$

$$2(1) (-a+b)x \quad (2) x(a-5b)$$

$$(3) ab(5x-3y) \quad (4) (a-2b)(x+y)$$

$$(5) (2a-1)(x-2y) \quad (6) (a-2b)(2x-3y)$$

$$(7) (a-b)(x-2y) \quad (8) (a+b)(x-2y)$$

$$3(1) (x+1)^2 \quad (2) (x-2)^2 \quad (3) (2x-1)^2$$

$$(4) (3x+1)^2 \quad (5) (3x+5)^2 \quad (6) (3x-4)^2$$

$$(7) (x-4)(x+4) \quad (8) \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$(9) (3x-1)(3x+1) \quad (10) \left(\frac{x}{4} - 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right)$$

$$(11) (4x-5)(4x+5) \quad (12) (5x-3y)(5x+3y)$$

$$(13) \left(2x - \frac{1}{3}\right)\left(2x + \frac{1}{3}\right) \quad (14) \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right)$$

$$4(1) (x+3)(x+1) \quad (2) (x+4)(x+1)$$

$$(3) (x-2)(x-4) \quad (4) (x-5)(x+2)$$

$$(5) (x+8)(x-12) \quad (6) (x+6y)(x+2y)$$

$$(7) (x-3y)(x-4y) \quad (8) (x+6y)(x-2y)$$

$$(9) (x-3a)(x+7a) \quad (10) (y-5b)(y-2b)$$

$$(11) (x-3b)(x+2b) \quad (12) (3x+1)(2x-1)$$

$$(13) (4x-1)(2x+1) \quad (14) (4x-1)(3x+1)$$

$$5(1) (2x+3)(x+1) \quad (2) (3x+2)(x-2)$$

$$(3) (2x-5)(x-2) \quad (4) (2x-3)(x-2)$$

$$(5) (2x+3)(x-7) \quad (6) (2x+5)(3x+1)$$

$$(7) (2x-7)(3x+4) \quad (8) (3x-4)(5x-3)$$

$$(9) (3x-2)(8x+3) \quad (10) (2x-5)(6x+7)$$

$$(11) (3x-5y)(4x+3y) \quad (12) (2x-5y)(4x-3y)$$

$$(13) 2(3x-y)(2x-3y) \quad (14) 3(4x-5y)(3x+2y)$$

$$(15) \frac{1}{6}(6x-1)(3x+1) \quad (16) \frac{1}{12}(6x-1)(12x-1)$$

$$(17) \frac{1}{6}(4x-y)(3x+2y) \quad (18) \frac{1}{6}(6x-5y)(3x+4y)$$

5 因数分解 (II) (P 20~P 23)

◇確認問題 (P 20~P 21)

$$1(1) (x^2-4)(x^2+4) = (x-2)(x+2)(x^2+4)$$

$$(2) (4x^2-9y^2)(4x^2+9y^2) = (2x-3y)(2x+3y)(4x^2+9y^2)$$

$$(3) (x^2-4)(x^2-9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$$

$$(4) (x^2-4)(x^2-16) = (x-2)(x+2)(x-4)(x+4)$$

$$(5) (x^2+2)(x^2+5)$$

$$(6) (x^2+2)(x^2-9) = (x^2+2)(x-3)(x+3)$$

$$(7) (4x^2-1)(9x^2-4) = (2x-1)(2x+1)(3x-2)(3x+2)$$

$$(8) \{(x-y)+2\}\{(x-y)-3\} = (x-y+2)(x-y-3)$$

$$(9) \{(x-2y)-4\}\{(x-2y)-2\} = (x-2y-4)(x-2y-2)$$

$$(10) \{(2x-3y)-5\}\{(2x-3y)+1\}$$

$$= (2x-3y-5)(2x-3y+1)$$

$$2(1) (x^2-9)y + x(x-3) = (x-3)(xy+x+3y)$$

$$(2) (x^2-4)y - x^2(x-2) = (x-2)(-x^2+xy+2y)$$

$$(3) (a+b)c + (a+b)(a-b) = (a+b)(a-b+c)$$

$$(4) (a+2b)c + (a-2b)(a+2b) = (a+2b)(a-2b+c)$$

$$(5) (x-2)(x-3)y + x^2(x-2) = (x-2)(x^2+xy-3y)$$

$$(6) -(x-3)(x-1)y + x^2(x-3) = (x-3)(x^2-xy+y)$$

$$(7) (y-2)x^2 - y(y-2)x - 2y^2(y-2)$$

$$= (y-2)(x-2y)(x+y)$$

$$(8) (y-2)x^2 - (y-2)xy + y^2(y-2)$$

$$= (y-2)(x^2-xy+y^2)$$

$$(9) (2a+b)^2c + ab(2a+b) = (2a+b)(ab+bc+2ca)$$

$$(10) a(a+2c)b + c^2(a+2c) = (a+2c)(ab+c^2)$$

$$(11) (a-b)(a+b)c + ab(a-b) = (a-b)(ab+bc+ca)$$

$$(12) (2x-3)a + x(2x-3) = (2x-3)(x+a)$$

- 3(1) $y^2 + (-4x + 3)y + (3x - 4)(x + 1)$
 $= (3x - y - 4)(x - y + 1)$
 (2) $-y^2 - 2y + (2x + 1)(2x + 3) = (2x - y + 1)(2x + y + 3)$
 (3) $3x^2 + (7y + 7)x - (3y + 2)(2y - 1)$
 $= (3x - 2y + 1)(x + 3y + 2)$
 (4) $6x^2 + (-7y + 1)x - (3y - 1)(y - 1)$
 $= (2x - 3y + 1)(3x + y - 1)$
 (5) $-x^2 + (5y + 5)x - (2y + 3)(3y + 2)$
 $= -(x - 2y - 3)(x - 3y - 2)$
 (6) $-2x^2 - (y - 7)x + (3y - 5)(y + 1)$
 $= -(2x + 3y - 5)(x - y - 1)$

◇練習問題A (P 22)

- 1(1) $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$
 (2) $(x^2 - 16y^2)(x^2 + 16y^2) = (x - 4y)(x + 4y)(x^2 + 16y^2)$
 (3) $(9x^2 - y^2)(9x^2 + y^2) = (3x - y)(3x + y)(9x^2 + y^2)$
 (4) $(16a^2 - 9b^2)(16a^2 + 9b^2) = (4a - 3b)(4a + 3b)(16a^2 + 9b^2)$
 (5) $(x^2 - 9)(x^2 - 16) = (x - 3)(x + 3)(x - 4)(x + 4)$
 (6) $(x^2 - 9)(x^2 + 5) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 5)$
 (7) $(x^2 + 3)(x^2 + 4)$
 (8) $(4x^2 + 1)(9x^2 - 4) = (3x + 2)(3x - 2)(4x^2 + 1)$
 (9) $(16x^2 - 9)(3x^2 + 1) = (4x - 3)(4x + 3)(3x^2 + 1)$
 (10) $(2a - b + 3)(2a - b - 2)$
 (11) $(2a - 3b + 2)(2a - 3b + 3)$
 (12) $(5x + 3y + 7)(5x + 3y - 1)$
 (13) $\{3(3a - 2b) + 2\}\{2(3a - 2b) - 3\}$
 $= (9a - 6b + 2)(6a - 4b - 3)$
 (14) $\{4(a + 4b) - 5\}\{2(a + 4b) - 1\}$
 $= (4a + 16b - 5)(2a + 8b - 1)$
 2(1) $(x - 4)(x + 4)y + x(x - 4) = (x - 4)(xy + x + 4y)$
 (2) $(3x - 1)(3x + 1)y + x^2(3x - 1) = (3x - 1)(x^2 + 3xy + y)$
 (3) $(2a - 3b)c + (2a - 3b)(2a + 3b)$
 $= (2a - 3b)(2a + 3b + c)$
 (4) $(2a - b)c + (2a - b)(2a + b) = (2a - b)(2a + b + c)$
 (5) $(x + 2)(x - 3)y + x^2(x + 2) = (x + 2)(x^2 + xy - 3y)$
 (6) $-(x - 2)(x + 4)y + x^2(x - 2) = (x - 2)(x^2 - xy - 4y)$
 (7) $(y + 1)x^2 - 2y(y + 1)x - 3y^2(y + 1)$
 $= (y + 1)(x - 3y)(x + y)$
 (8) $(y + 1)x^2 + y(y + 1)x - 2y^2(y + 1)$
 $= (y + 1)(x + 2y)(x - y)$
 (9) $(a + b)^2c + ab(a + b) = (a + b)(ab + bc + ca)$
 (10) $(2a + b)bc + a^2(2a + b) = (2a + b)(a^2 + bc)$
 (11) $(a - c)(a + c)b + ac(a - c) = (a - c)(ab + bc + ca)$
 (12) $(3x - 2)b + x(3x - 2) = (3x - 2)(x + b)$
 3(1) $y^2 - (3x + 4)y + (2x + 3)(x + 1)$
 $= (2x - y + 3)(x - y + 1)$
 (2) $-y^2 + 2xy + (3x - 1)(x - 1) = (3x - y - 1)(x + y - 1)$
 (3) $2x^2 + (1 - 7y)x + (2y - 1)(3y + 1)$
 $= (2x - 3y - 1)(x - 2y + 1)$
 (4) $9x^2 + (3y + 6)x - (2y - 3)(3y - 1)$
 $= (3x - 2y + 3)(3x + 3y - 1)$
 (5) $-x^2 + (5y - 7)x - (2y - 3)(3y - 4)$
 $= -(x - 2y + 3)(x - 3y + 4)$
 (6) $-15x^2 + (13y - 9)x - (2y - 3)(y + 2)$
 $= -(3x - 2y + 3)(5x - y - 2)$

◇練習問題B (P 23)

- 1(1) $(x^2 - 4)(x^2 + 9) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 9)$
 (2) $(x^2 - 3)^2 - x^2 = (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3)$
 (3) $(x^2 + 1)^2 - 9x^2 = (x^2 - 3x + 1)(x^2 + 3x + 1)$
 (4) $(x^2 - 2)^2 - 4x^2 = (x^2 - 2x - 2)(x^2 + 2x - 2)$
 (5) $(x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$
 (6) $\{3(x - 2y) + 2\}\{2(x - 2y) - 3\}$
 $= (3x - 6y + 2)(2x - 4y - 3)$
 (7) $\{(x^2 + 4x) + 3\}\{(x^2 + 4x) - 6\}$
 $= (x + 1)(x + 3)(x^2 + 4x - 6)$
 (8) $\{(x^2 + 7x) - 8\}\{(x^2 + 7x) + 10\}$
 $= (x - 1)(x + 2)(x + 5)(x + 8)$
 (9) $(x + y)^2 + 5(x + y) + 6 = (x + y + 2)(x + y + 3)$
 (10) $(4x - 3)a + (4x - 3)x^2 = (4x - 3)(x^2 + a)$
 (11) $x^2 + (y + 4)x - (2y + 1)(y - 3) = (x + 2y + 1)(x - y + 3)$
 (12) $y^2 - (4x + 5)y + 2(2x + 3)(x + 1)$
 $= (2x - y + 2)(2x - y + 3)$
 (13) $-y^2 + (x + 1)y + 2(3x - 1)(x - 1)$
 $= (3x - y - 1)(2x + y - 2)$
 (14) $2x^2 - (y - 3)x - 2(y - 1)(3y - 1)$
 $= (2x + 3y - 1)(x - 2y + 2)$
 (15) $9x^2 + (6y + 3)x - 2(2y - 3)(2y - 1)$
 $= (3x - 2y + 3)(3x + 4y - 2)$
 (16) $-15x^2 + (16y - 3)x - 2(2y - 3)(y + 2)$
 $= -(3x - 2y + 3)(5x - 2y - 4)$
 2(1) $(a + 1)^2 + (b + c)(a + 1) + bc$
 $= \{(a + 1) + b\}\{(a + 1) + c\}$
 $= (a + b + 1)(a + c + 1)$
 (2) $(b - c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b - c)$
 $= (b - c)\{a^2 - (b + c)a + bc\}$
 $= (b - c)(a - b)(a - c)$
 (3) $bc(b - c) - a(b^2 - c^2) + a^2(b - c)$
 $= (b - c)\{bc - ab - ac + a^2\}$
 $= (b - c)\{b(c - a) - a(c - a)\}$
 $= -(a - b)(b - c)(c - a)$
 (4) $x(y^2 - z^2) - yz(y - z) - x^2(y - z)$
 $= (y - z)\{z(x - y) - x(x - y)\}$
 $= (x - y)(y - z)(z - x)$
 (5) $\{(x^2 + y^2 - z^2) - 2xy\}\{(x^2 + y^2 - z^2) + 2xy\}$
 $= \{(x - y)^2 - z^2\}\{(x + y)^2 - z^2\}$
 $= (x - y + z)(x - y - z)(x + y + z)(x + y - z)$
 (6) $\{(a + b) + c\}\{(a + b)c + ab\} - abc$
 $= (a + b)^2c + (a + b)c^2 + ab(a + b)$
 $= (a + b)\{c^2 + (a + b)c + ab\}$
 $= (a + b)(b + c)(c + a)$

6 発展 [数と式(1)] (P 24 ~ P 25)

◇確認問題 (P 24)

- 1(1) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ (2) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
 (3) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$ (4) $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$
 (5) $x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$ (6) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$
 2(1) $x^3 + 8$ (2) $27x^3 + 8y^3$
 (3) $27x^3 - 64$ (4) $x^3 - 125y^3$
 3(1) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ (2) $(x - 1)(x^2 + x + 1)$