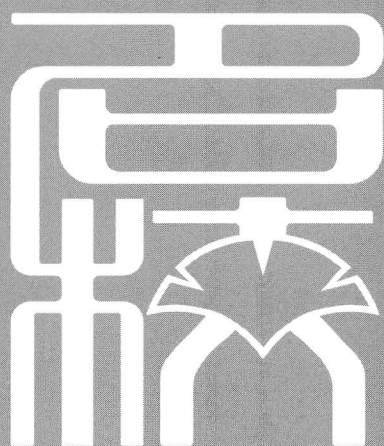


第9回

実戦問題

解答時間 80 分



正解と得点分布図確認

QRコードを読み取ってオンライン解答用紙に解答を記入し、正解と得点分布を確認してください。



I

問1 実数 a に対して、2 次不等式

$$4x^2 - 6x + 3a + 7 \leq 0$$

を満たす整数 x の個数を N とする。まず、

$$f(x) = 4x^2 - 6x + 3a + 7$$

を置くことで、対称軸は

$$x = \frac{\boxed{\text{A}}}{\boxed{\text{B}}}$$

であるとわかる。

(1) $N=0$ であるとき、対称軸に最も近い整数は

$$x = \boxed{\text{C}}$$

である。よって、 $N=0$ であるための条件は

$$a > \frac{\boxed{\text{DE}}}{\boxed{\text{F}}}$$

である。

(2) $N=1$ であるとき、

$$x = \boxed{\text{C}}$$

であることにより、

$$\frac{\boxed{\text{GH}}}{\boxed{\text{I}}} < a \leq \frac{\boxed{\text{JK}}}{\boxed{\text{L}}}$$

が得られる。

- 計算欄 (memo) -

問2 袋 A, B, C があり, それぞれに 3 枚のカードが入っている。各袋のカードには, 1 から 3 までの数字が付けられている。袋 A, B, C からカードを 1 枚ずつ取り出し, 出た数をそれぞれ a, b, c とする。

(1) a, b, c の最大の数が 2 以下である場合は M 通りあり, 最大の数が 3 である場合は NO 通りある。

(2) a, b, c について, $a < b < c$ となる場合は P 通りある。

(3) 出た数字 a, b, c によって, 次のように点数を計算する。

$a \leq b \leq c$ のときは, $(c - a + 1)$ 点

他の場合, 0 点

点数が 1 点となる確率は $\frac{\text{Q}}{\text{R}}$ であり, 得点が 3 点となる確率は $\frac{\text{S}}{\text{T}}$ である。

- 計算欄 (memo) -

I の問題はこれで終わります。**I** の解答欄 **U** ~ **Z** はマークしないでください。

Ⅱ

問1

E

 には，下にある選択肢から一つだけを選び番号を，ほかの空欄には数字を埋めてください。

$\sqrt{29}$ の整数部分は

A

 である。 $\sqrt{29}, \sqrt{31}, \sqrt{39}$ の小数部分をそれぞれ a, b, c とするとき，

$$a - c = \text{

B

} + \sqrt{29} - \sqrt{39}$$

であり，

$$(\text{

B

} + \sqrt{29} - \sqrt{39})(\text{

B

} + \sqrt{29} + \sqrt{39})(9 + 2\sqrt{29}) = \text{

CD

}$$

となり，

E

 が成り立つ。

① $a < b < c$

① $b < c < a$

② $c < a < b$

③ $a < c < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

- 計算欄 (memo) -

問2 $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ とする。方程式

$$4\sin^2 x + 4\cos x + 4a + 1 = 0$$

が異なる2つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を定めよう。

$\cos x = X$ とおくと、上の式は

$$\boxed{\text{F}} X^2 - \boxed{\text{G}} X - \boxed{\text{H}} a - \boxed{\text{I}} = 0$$

$$\boxed{\text{JK}} \leq X \leq \boxed{\text{L}}$$

となる。左辺を $f(X)$ とすると、対称軸は

$$X = \frac{\boxed{\text{M}}}{\boxed{\text{N}}}$$

と求められる。

異なる2つの実数解をもつことから、

$$\begin{cases} f(\boxed{\text{O}}) \geq 0 \\ f(\boxed{\text{PQ}}) \geq 0 \\ f(\boxed{\text{M}}) < 0 \\ f(\boxed{\text{N}}) < 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\boxed{\text{RS}}}{\boxed{\text{T}}} < a \leq \frac{\boxed{\text{UV}}}{\boxed{\text{W}}}$$

が得られる。

- 計算欄 (memo) -

Ⅱの問題はこれで終わります。**Ⅱ**の解答欄 **X** ~ **Z** はマークしないでください。

III

円に内接する四角形 ABCDにおいて、 $AB = 5$, $BC = 7$, $CD = 6$, $DA = 4$ であるとき、四角形 ABCDの面積 S を求めよう。

四角形 ABCDは円に内接することから、

$$\angle BAD + \angle BCD = \boxed{ABC}^\circ$$

を得る。 $\angle BAD = \theta$ とおき、三角形 CBDにおいて、

$$BD^2 = \boxed{DE} + \boxed{FG} \cos \theta$$

となり、三角形 ABDにおいて、

$$BD^2 = \boxed{HI} - \boxed{JK} \cos \theta$$

となる。よって、

$$\cos \theta = \frac{\boxed{LMN}}{\boxed{OP}}$$

であり、

$$S = \boxed{Q} \sqrt{\boxed{RST}}$$

が得られる。

- 計算欄 (memo) -

Ⅲの問題はこれで終わります。Ⅲの解答欄 **U** ～ **Z** はマークしないでください。

IV

6 個の文字 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ は $0 \sim 9$ の整数のいずれかであり,

$$a_1 + a_3 + a_5 = a_2 + a_4 + a_6$$

を満たしている。

$\overline{a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1}$ は 6 桁の整数を表すことにする。

(1) 等式より

$$\overline{a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1} = 11(\boxed{\text{ABCD}} a_6 + \boxed{\text{EFG}} a_5 + \boxed{\text{HI}} a_4 + \boxed{\text{J}} a_3 + a_2)$$

と表せる。また、900900 を素因数分解すると、

$$900900 = \boxed{\text{K}}^2 \times \boxed{\text{L}}^2 \times \boxed{\text{M}}^2 \times \boxed{\text{N}} \times 11 \times \boxed{\text{OP}}$$

となる。(ただし、 $\boxed{\text{K}} < \boxed{\text{L}} < \boxed{\text{M}}$ とする。)

(2) 6 桁の整数 $\overline{x8462y}$ を 11 の倍数とする。

$$m = x + y$$

とおいたときの m の最大値を考える。

$$\overline{x8462y} = 11(\boxed{\text{ABCD}} x + \boxed{\text{QRST}}) + y - x + 8$$

より

$$x - y = \boxed{\text{U}} \quad \text{または} \quad y - x = \boxed{\text{V}}$$

となることから、 m の最大値は $\boxed{\text{WX}}$ とわかる。

- 計算欄 (memo) -

Ⅳの問題はこれで終わりです。**Ⅳ**の解答欄 **Y** ~ **Z** はマークしないでください。
 コース1の問題はこれですべて終わりです。解答用紙の **V** はマークしないでください。
 解答用紙の解答コース欄に「コース1」が正しくマークしてあるか、
 もう一度確かめてください。

この問題冊子を持ち帰ることはできません。