

1 集合の要素

ここでは有限集合(有限個の要素しか含まない集合)だけを考える。

ポイント① 要素の個数(1)

S を有限集合とすると、 S に含まれる要素の個数を $n(S)$ によって表す。

例 $A = \{x | x \text{ は } 100 \text{ 以下の自然数で } 3 \text{ の倍数}\}$

$B = \{x | x \text{ は } 30 \text{ 以下の素数}\}$

とすると

$A = \{3, 6, 9, \dots, 96, 99\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

なので

$n(A) = 33$

$n(B) = 10$

である。

確認問題 1 □ 次の4つの集合 A, B, C, D について、それぞれに含まれる要素の個数を求めよ。

$A = \{x | x \text{ は } 100 \text{ 以下の自然数で } 7 \text{ の倍数}\}$

$B = \{x | x \text{ は } 50 \text{ 以下の自然数で } 6 \text{ で割って } 3 \text{ 余るもの}\}$

$C = \{x | x \text{ は } 30 \text{ 以上 } 50 \text{ 以下の素数}\}$

$D = \{x | x \text{ は } 10 \text{ 以上 } 30 \text{ 以下の自然数で、} 2 \text{ でも } 3 \text{ でも割り切れるもの}\}$

ポイント② 要素の個数(2)

A, B を2つの集合とする。このとき、次の式が成り立つ。

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

したがって、特に $A \cap B = \phi$ のときは

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

となる。

例 $A = \{x | x \text{ は } 50 \text{ 以下の自然数で } 3 \text{ の倍数}\}$

$B = \{x | x \text{ は } 50 \text{ 以下の自然数で } 5 \text{ の倍数}\}$

とすると

$A \cup B = \{x | x \text{ は } 50 \text{ 以下の自然数で } 3 \text{ または } 5 \text{ の倍数}\}$

$A \cap B = \{x | x \text{ は } 50 \text{ 以下の自然数で } 15 \text{ の倍数}\}$

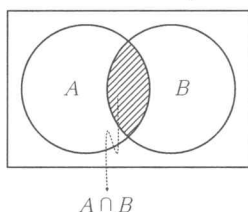
である。

$$n(A) = 16, \quad n(B) = 10, \quad n(A \cap B) = 3$$

なので

$$n(A \cup B) = 16 + 10 - 3 = 23$$

注意 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ は、集合に含まれる要素を数えるとき最も大切な式である。これが成り立つ理由は、次の図を見れば明らかであろう。



確認問題 2 $A = \{x | x \text{ は } 10 \text{ から } 50 \text{ までの整数のうち, } 4 \text{ の倍数}\}$

$B = \{x | x \text{ は } 10 \text{ から } 50 \text{ までの整数のうち, } 6 \text{ の倍数}\}$

とする。このとき

$n(A \cap B), n(A \cup B)$

を求めよ。

ポイント③ 要素の個数③

U をある集合とし、 A をその部分集合、 U に関する A の補集合を $\bar{A}$ とする。このとき

$$n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$$

が成り立つ。

例 30 以上 70 以下の自然数全体の集合を U とすると、 $n(U) = 41$ である。

$A = \{n | n \in U, n \text{ は } 8 \text{ で割り切れない数}\}$

$B = \{n | n \in U, n \text{ は平方数でない数}\}$

とすると

$$\bar{A} = \{n | n \in U, n \text{ は } 8 \text{ で割り切れる数}\} = \{32, 40, 48, 56, 64\}$$

$$\bar{B} = \{n | n \in U, n \text{ は平方数}\} = \{36, 49, 64\}$$

なので

$$\begin{aligned} n(A) &= n(U) - n(\bar{A}) \\ &= 41 - 5 = 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(B) &= n(U) - n(\bar{B}) \\ &= 41 - 3 = 38 \end{aligned}$$

注意 ポイント 3 であげた式は、しばしば

$$n(A) = n(U) - n(\bar{A})$$

の形で使われる。これは直接 $n(A)$ を計算するより、 $n(\bar{A})$ を計算するほうがやさしい場合があるからである。

確認問題 3 $U = \{n | n \text{ は } 30 \text{ 以上 } 60 \text{ 以下の自然数}\}$ とする。

$A = \{n | n \in U, n \text{ は素数でない}\}$

$B = \{n | n \in U, n \text{ を } 8 \text{ で割った余りが } 1 \text{ でない}\}$

とするとき、 $n(\bar{A})$ 、 $n(\bar{B})$ を求めよ。また、 $n(A)$ 、 $n(B)$ を求めよ。

--- --- 練 成 問 題 A --- ---

1 整数全体の集合を Z とする。

$$A = \{n | n \in Z, 0 \leq n \leq 50, n \text{ は } 6 \text{ の倍数}\}$$

$$B = \{n | n \in Z, 0 \leq n \leq 40, n \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$$

とする。次の個数を求めよ。

(⇒ ポイント 1, 2)

□(1) $n(A)$

□(2) $n(B)$

□(3) $n(A \cap B)$

□(4) $n(A \cup B)$

2 $A = \{n | n \in Z, 20 \leq n \leq 70, n \text{ は } 5 \text{ で割って } 2 \text{ 余る}\}$

$$B = \{n | n \in Z, 30 \leq n \leq 60, n \text{ は } 4 \text{ で割って } 3 \text{ 余る}\}$$

とする。次の問に答えよ。

(⇒ ポイント 1, 2)

□(1) $n(A)$ を求めよ。

□(2) $n(B)$ を求めよ。

□(3) $n(A \cap B)$ を求めよ。

□(4) $n(A \cup B)$ を求めよ。

3 $U = \{n | n \in Z, 0 \leq n \leq 30\}$ とする。 U に関する補集合を考える。次の問に答えよ。 (⇒ ポイント 3)

□(1) $A = \{n | n \in U, n \text{ は偶数}\}$ のとき、 $\bar{A}$ と $n(\bar{A})$ を求めよ。

□(2) $B = \{n | n \in U, n \text{ は素数でない}\}$ のとき、 $\bar{B}$ と $n(\bar{B})$ を求めよ。

□(3) $C = \{n | n \in U, n \text{ は } 30 \text{ と互いに素}\}$ のとき $n(\bar{C})$ を求めよ。

□(4) $D = \{n | n \in U, n^2 < 100\}$ のとき $n(\bar{D})$ を求めよ。

4 1 から 100 までの自然数の集合を U とする。 U の要素のうち下 1 桁^{けた}が 4 になっている数の集合を A , U の要素のうち 6 で割り切れる数の集合を B とする。次の個数を求めよ。 (⇒ ポイント 2, 3)

□(1) $n(A)$

□(2) $n(A \cap B)$

□(3) $n(A \cup B)$

□(4) $n(\overline{A \cup B})$

練成問題 B

1 Z を整数全体の集合とし、

$$A = \{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 40, n \text{ は } 3 \text{ と互いに素}\}$$

$$B = \{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 30, n \text{ は } 5 \text{ と互いに素}\}$$

$$C = \{n | n \in Z, 10 \leq n \leq 40, n \text{ は } 6 \text{ と互いに素}\}$$

とする。また

$$U = \{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 40\}$$

とし、 U に関する補集合を考える。次の個数を求めよ。

☐ (1) $n(B)$

☐ (2) $n(\bar{A})$

☐ (3) $n(\bar{A} \cap B)$

☐ (4) $n(C)$

2 町で 100 人の人に聞いたところ、自転車に乗れる人は 76 人、泳げる人は 63 人、両方できる人は 49 人であった。次の問に答えよ。

☐ (1) 自転車、泳ぎの少なくとも 1 つができる人は何人か。

☐ (2) 自転車も泳ぎも両方できない人は何人か。

☐ (3) 自転車か泳ぎのどちらか一方だけができる人は何人か。

3 60 の正の約数の集合を A 、75 の正の約数の集合を B とする。次の問に答えよ。

☐ (1) A の要素をすべて列挙せよ。

☐ (2) $A \cap B$ の要素をすべて列挙せよ。

☐ (3) $n(A \cup B)$ を求めよ。

4 40 人のクラスで、パソコンをもっている人は 28 人、ビデオカメラをもっている人は 12 人、どちらももっていない人が 8 人いた。次の問に答えよ。

☐ (1) どちらか少なくとも一方をもっている人は何人か。

☐ (2) 両方とももっている人は何人か。

☐ (3) ビデオカメラだけでもっていてパソコンをもっていない人は何人か。

2 場合の数

ポイント① 樹形図

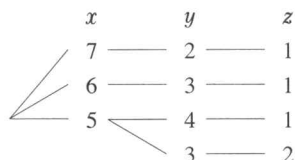
ある一連のものごとを考えるとき、起こり得るすべての場合を、数えもれも重複もなく列挙することは大切である。この際、よく用いられる方法は“辞書式序列”とよばれる形式で、これは可能性のあるすべての場合をアルファベット順の原則を利用して列挙するものである。このため、次の例のように、枝分かれしていく図でかくとわかりやすい。この表し方のことを樹形図という。

例1 10を3つの異なる自然数の和に表す方法は何通りあるか、その個数を求めよう。ただし、加える順序は区別しないことにする。

3つの数を大きい順に $x, y, z (x > y > z)$ とする。

$x + y + z = 10$ であるが、 $z \geq 1, y \geq 2$ なので、 $y + z \geq 3$ 。したがって、 $x \leq 7$ である。

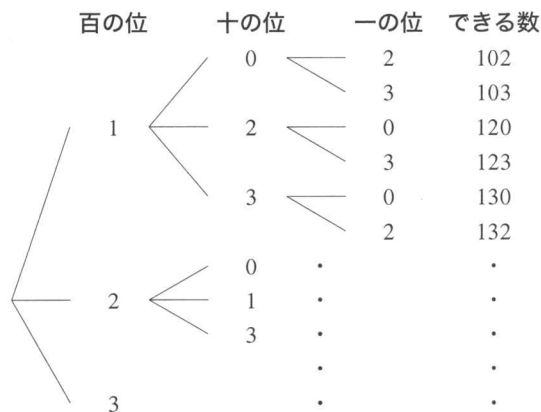
ここで樹形図を利用する。



よって、4通りである。

例2 0から3までの4つの数の中から3つを選んで3桁の整数を作る。何通りできるか、その個数を求める。

樹形図を用いて考えよう。



初めの百の位には、0を使うことはできない(3桁にならない)。あとは、「使用してしまった数字は使えない」ことに注意すれば図のようになる。数えてみると、合計で18個である。

よって、答は18個である。

注意 「場合の数」とは、起こり得るすべての場合を整理・分類することにほかならない。そこで、整理・分類の最も有力な方法である“辞書式序列”が利用されるのである。

確認問題 1 次の問に答えよ。

- (1) 12 を 3 つの異なる自然数の和に表す方法の個数を求めよ。ただし、加える順序は区別しないものとする。
- (2) 0, 4, 6 の 3 つの数字を使って作れる 3 桁の整数は全部で何個あるか。なお、数字はどれも 1 回しか使えないものとする。

ポイント 2 和の法則

2 つの事柄 A, B があって、両方が同時に起こることはないとする。A の起こり方が m 通り、B の起こり方が n 通りあるなら、A または B の一方が起こる場合の数は

$$m + n \text{ (通り)}$$

になる。これを「和の法則」という。

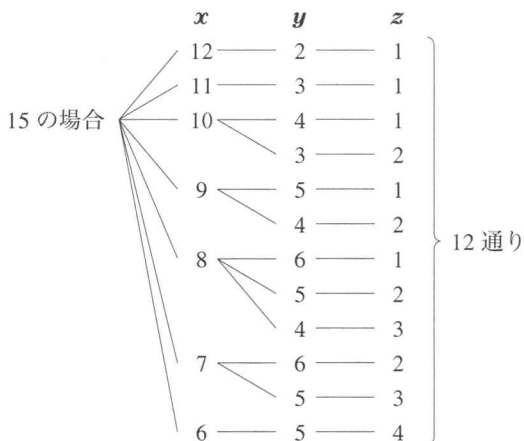
事柄が 3 つ以上あっても同様のことが成り立つ。

例 1 15 以下の正の 5 の倍数を 3 つの異なる自然数の和に表す方法は何通りあるか、その個数を求めよう。ただし、加える順序は区別しないものとする。

15 以下の正の 5 の倍数は、5, 10, 15 の 3 つである。このうち、5 を 3 つの異なる自然数の和の形に書くことはできない。したがって和の法則により、「10 を 3 つの異なる自然数の和に書く方法の数」と「15 を 3 つの異なる自然数の和に書く方法の数」を求めて、両方を足せばよい。

前のポイント 1 と同じ方法でこの 2 つを求めると、

10 の場合 —— 4 通りであった。



よって、求める場合の数は $4 + 12 = 16$ (通り) である。

例 2 2 つの区別できないさいころを同時に投げるとき、出た目の和が 9 または 10 になる場合の数を求めよう。

① 出た目の和が 9 になる場合

6 と 3, 5 と 4

② 出た目の和が 10 になる場合

6 と 4, 5 と 5

合計 4 通りである。

確認問題 2 次の問に答えよ。

- (1) 6 または 12 を, 3 つの異なる自然数の和に表す方法の個数を求めよ。ただし, 加える順序は区別しないものとする。
- (2) 2 つの区別できないさいころを同時に投げるとき, 出た目の和が 4 または 5 になる場合の数を求めよ。
- (3) 1 つのさいころを 2 回続けて投げるとする。出た目の和が 4 または 5 になる場合の数を求めよ。

ポイント 3 積の法則

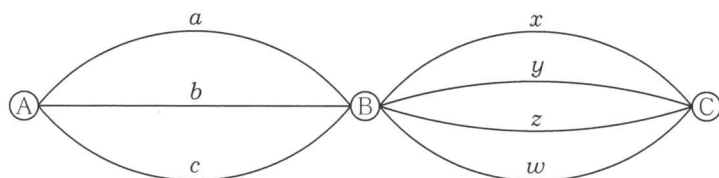
2 つの事柄 A, B があって, A の起こり方が m 通りあり, そのおのおの場合に B の起こる起こり方が n 通りあるとする。このとき, A, B が引き続いて起こる場合の数は

$$m \times n \text{ (通り)}$$

である。これを「積の法則」という。

事柄の数が 3 つ以上あっても同様のことが成り立つ。

例 1 A 地点から B 地点に行く方法は 3 通りあり, B 地点から C 地点に行く方法は 4 通りあるとする。このとき, A 地点から B 地点を経由して C 地点まで行く方法は何通りあるか, その個数を求めよう。



A から B に a のルートで行ったとすると, その先の C に行くには x, y, z, w と 4 通り方法がある。これが b, c のルートを通ったときにもそのまま成り立つので, A から C に行く行き方は全部で

$$3 \times 4 = 12 \text{ (通り)}$$

となる。

例 2 A 組には 5 人の女子生徒がおり, B 組には 7 人の女子生徒がいる。A, B 両組から 1 人ずつ女子生徒の代表を選出する方法は全部で何通りあるか求めよう。

A 組の 5 人の中からどの 1 人を選ぶかで 5 通りの選び方がある。一方, B 組の 7 人のどの 1 人を代表にするかで 7 通りの方法がある。この 2 つは互いに無関係に行えるので, 「積の法則」により可能性の数は両方の積になる。

$$\text{よって } 7 \times 5 = 35 \text{ (通り)}$$

確認問題 3 次の問に答えよ。

- (1) A 市から B 町に行く方法は 5 通りあり, B 町から C 市へ行く方法は 3 通りあるとする。A 市から C 市まで B 町を経由して行く行き方は全部で何通りあるか。
- (2) あるクラスには, 15 人の女子生徒と 18 人の男子生徒がいる。この中から男女 1 人ずつ計 2 名の代表を選出する方法は全部で何通りあるか。

練成問題 A

7 次の問に答えよ。

(⇒ ポイント1)

□(1) 4つの文字、「あ、か、さ、た」から2つの文字を選んでできる2文字の単語を、樹形図を用いてすべて列挙せよ。

□(2) (1)の4つの文字について、「さ」から始まって「あ」で終わる4文字の単語を、樹形図を用いてすべて列挙せよ。

2□ 11を3つの異なる自然数の和に表す方法の個数を求めよ。ただし、加える順序は区別しないものとする。

(⇒ ポイント1)

3□ A, B, C 3つの地点に用事があるとする。この3地点をすべて1回ずつ回る順番は何通りあるか。樹形図を用いて列挙せよ。

(⇒ ポイント1)

4□ 7または10を、3つの異なる自然数の和に表す方法の個数を求めよ。ただし、加える順序は区別しないものとする。

(⇒ ポイント2)

5□ 1つのさいころを2回続けて投げるとする。出た目の和が5または6になる場合は何通りあるか。

(⇒ ポイント2)

6□ 1つのさいころを2回続けて投げるとする。出た目の和が6の倍数になるのは全部で何通りあるか。

(⇒ ポイント2)

7□ Aチームには11人の選手が、Bチームには10人の選手がいる。この両チームからそれぞれ1人ずつ代表を出す場合、この代表の選び方は全部で何通りあるか。

(⇒ ポイント3)

練成問題 B

1 次の問に答えよ。

- ☐ (1) 17を3つの異なる奇数の和に表す方法は何通りあるか。ただし、加える順序は区別しないものとする。
- ☐ (2) 17を3つの奇数の和に表したい。同じ数を使ってよいとすると、表し方の総数は何通りになるか。ただし、加える順序は区別しないものとする。

2 1つのさいころを2回続けて投げるとする。次の問に答えよ。

- ☐ (1) 2回目に出た目が1回目に出た目より大きいのは全部で何通りあるか。樹形図を用いて数えよ。
- ☐ (2) 2回目に出た目が(1回目に出た目-2)以下であるのは何通りか。

3 次の問に答えよ。

- ☐ (1) $(x+y+z)(a+b+c)$ を展開したとき、出てくる項の個数を求めよ。
- ☐ (2) $(x+y)(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma)$ を展開したとき、出てくる項の個数を求めよ。このうち、 b を含む項は全部で何個あるか。

4 次の問に答えよ。

- ☐ (1) 0, 1, 2, 3の4つの数字を1回ずつ用いてできる、4桁の整数は全部で何通りあるか。
- ☐ (2) 同じく、4桁の偶数は全部で何通りあるか。

5 ☐ 区別できない3つのさいころを同時に投げたとき、目の和が9または10になる場合の数を求めよ。

6 3桁の整数を考える。(1), (2), (3)のそれぞれについて条件を満たすものの個数を求めよ。

- ☐ (1) すべての桁の数字が偶数
- ☐ (2) (百の位の数) + (一の位の数) = (十の位の数) - 2
- ☐ (3) 0が使われている

7 トランプのハートの13枚をよく切って裏返しにしておく。ここから2枚続けてカードを引くとき、次の間に答えよ。ただし、Aは1、Jは11、Qは12、Kは13と数える。

□(1) 2枚とも絵札(J, Q, K, A)になるのは全部で何通りあるか。

□(2) 1枚目の札の数字と2枚目の札の数字を合計したら10になるのは全部で何通りあるか。

□(3) 1枚目の札の数字より2枚目の札の数字の方が6以上大きいのは全部で何通りあるか。

8 □ 1学年に3クラスあり、A組には8人、B組には6人、C組には11人の生徒がいる。各クラスから1人ずつ代表を出す選び方は全部で何通りあるか。

9 □ あるイスは、買う人が

① ひじかけの有無 ② 色は5色の中から選べる ③ 皮ばりか布ばりか

という選択をして、自分の気に入ったモデルから選べるようになっている。会社は全部で何種類のモデルを用意しておけばよいか。

10 次の間に答えよ。

□(1) $2^a 3^b$, $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 2$ の形の数は全部でいくつあるか。

□(2) $2^a 3^b 5^c$, $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 3$, $0 \leq c \leq 1$ の形の数は全部でいくつあるか。

□(3) (2)の形の数のうち、3で割り切れないものは全部でいくつあるか。

11 1, 1, 1, 2, 2, 3の6つの数字から3つの数字を選んで3桁の数を作る。次の間に答えよ。

□(1) 全部でいくつの数が作れるか。

□(2) 3つの数字がすべて異なっているような数は全部でいくつあるか。

□(3) 3つの数字のうち、2つだけが等しいような数は全部でいくつあるか。

1 集合の要素 (P 4 ~ P 7)

◇確認問題 (P 4 ~ P 5)

1 $n(A) = 14, n(B) = 8, n(C) = 5, n(D) = 4$

【解説】

$$A = \{7, 14, \dots, 98\}$$

$$B = \{3, 9, \dots, 45\}$$

$$C = \{31, 37, 41, 43, 47\}$$

$$D = \{12, 18, 24, 30\}$$

2 $n(A \cap B) = 4, n(A \cup B) = 13$

【解説】

$$\text{また, } A \cap B = \{12, 24, 36, 48\} \text{ より } n(A \cap B) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 10 + 7 - 4 = 13$$

3 $n(\bar{A}) = 7, n(\bar{B}) = 4, n(A) = 24, n(B) = 27$

【解説】

$$\bar{A} = \{n | n \in U, n \text{ は素数}\}$$

$$\bar{B} = \{n | n \in U, n \text{ を } 8 \text{ で割った余りが } 1\}$$

となる。

$$\bar{A} = \{31, 37, 41, 43, 47, 53, 59\}$$

$$\bar{B} = \{33, 41, 49, 57\}$$

$$\text{また } n(U) = 31$$

◇練成問題A (P 6)

1 (1) $n(A) = 9$ [$A = \{0, 6, 12, \dots, 48\}$]

(2) $n(B) = 9$ [$B = \{0, 5, 10, \dots, 40\}$]

(3) $n(A \cap B) = 2$ [$A \cap B = \{0, 30\}$]

(4) $n(A \cup B) = 16$ [$n(A) + n(B) - n(A \cap B)$]

2 (1) $n(A) = 10$ [$A = \{22, 27, \dots, 67\}$]

(2) $n(B) = 8$ [$B = \{31, 35, \dots, 59\}$]

(3) $n(A \cap B) = 1$ [$A \cap B = \{47\}$]

(4) $n(A \cup B) = 17$ [$n(A) + n(B) - n(A \cap B)$]

3 (1) $\bar{A} = \{n | n \in U, n \text{ は奇数}, n(\bar{A}) = 15$

(2) $\bar{B} = \{n | n \in U, n \text{ は素数}, n(\bar{B}) = 10$

(3) 23 (4) 21

【解説】

(1) $\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$

(2) $\bar{B} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

(3) $C = \{1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

$$n(\bar{C}) = 31 - 8$$

(4) $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$n(\bar{D}) = 31 - 10$$

4 (1) 10 (2) 3 (3) 23 (4) 77

【解説】

(1) $A = \{4, 14, \dots, 94\}$

(2) $A \cap B = \{24, 54, 84\}$

(3) まず $n(B)$ を求める。

$$B = \{6, 12, \dots, 96\} \text{ より } n(B) = 16$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

(4) $n(\bar{A} \cup \bar{B}) = n(U) - n(A \cup B)$

◇練成問題B (P 7)

1 (1) 24 (2) 13 (3) 8 (4) 10

【解説】

(1) $B = \{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 30, n \text{ は } 5 \text{ で割り切れない}\}$

より,

$$n(B) = 30 - n(\{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 30, n \text{ は } 5 \text{ の倍数}\})$$

(2) $\bar{A} = \{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 40, n \text{ は } 3 \text{ で割り切れる}\}$

$$\text{となるので } \bar{A} = \{3, 6, 9, \dots, 39\}$$

(3) $\bar{A} \cap B = \{n | n \in Z, 1 \leq n \leq 30, n \text{ は } 3 \text{ で割り切れて,}$

$$5 \text{ で割り切れない}\}$$

$$= \{3, 6, 9, 12, 18, 21, 24, 27\}$$

(4) $C = \{n | n \in Z, 10 \leq n \leq 40, n \text{ は } 2 \text{ でも } 3 \text{ でも割り切れない}\}$

$$= \{n | n \in Z, 10 \leq n \leq 40, n \text{ は } 3 \text{ で割り切れない奇数}\}$$

$$= \{11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37\}$$

2 (1) 90 人 (2) 10 人 (3) 41 人

【解説】

自転車に乗れる人の集合を A ,
泳げる人の集合を B とする。

(1) $n(A \cup B)$

$$= n(A) + n(B)$$

$$- n(A \cap B)$$

$$= 76 + 63 - 49 = 90$$

(2) $n(\bar{A} \cup \bar{B})$

$$= n(U) - n(A \cap B)$$

$$= 100 - 90 = 10$$

(3) 図より, $90 - 49 = 41$

3 (1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

(2) $\{1, 3, 5, 15\}$ [$B = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$]

(3) $n(A \cup B) = 14$ [$n(A) + n(B) - n(A \cap B)$]

4 (1) 32 人 (2) 8 人 (3) 4 人

【解説】

(1) どちらももっていない

人が 8 人なので

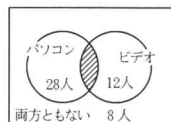
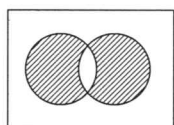
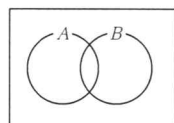
$$40 - 8 = 32$$

(2) 両方もっている人数を

x とおけば,

$$28 + 12 - x = 32 \quad \therefore x = 8$$

(3) $12 - 8 = 4$



2 場合の数 (P 8 ~ P 13)

◇確認問題 (P 8 ~ P 10)

1 (1) 7 個 (2) 4 個

【解説】

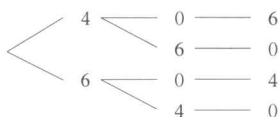
(1) 3つの数を大きい順に $x > y > z$ とする。

$$x + y + z = 12, z \geq 1, y \geq 2 \text{ なので } y + z \geq 3$$

したがって, $x \leq 9$ となる。

x	y	z
9	2	1
8	3	1
7	4	1
	3	2
6	5	1
	4	2
5	4	3

(2) 百の位 十の位 一の位



2(1) 8 個 (2) 4 通り (3) 7 通り

【解説】

(1) 3つの数を大きい順に $x > y > z$ とする。

$x \geq 1, y \geq 2$ である。

$x + y + z = 6$ の場合

x	y	z	
3	2	1	1 通り

$x + y + z = 12$ の場合

確認問題 1 の(1)と同様にして 7 通り。

(2) 目の和が 4 のとき、さいころの目は

(1, 3), (2, 2)

目の和が 5 のとき、さいころの目は

(1, 4), (2, 3)

(3) 目の和が 4 のとき、さいころの目は順に

(1, 3), (2, 2), (3, 1)

目の和が 5 のとき、さいころの目は順に

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

3(1) 15 通り (2) 270 通り

【解説】

(1) 積の公式を当てはめると

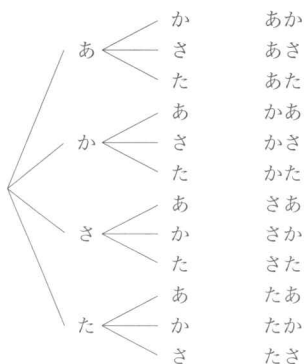
$5 \times 3 = 15$ (通り)

(2) 女子の中から 1 人選ぶ方法が 15。男子の中から 1 人選ぶ方法が 18。よって、1 人ずつ選ぶ方法は

$15 \times 18 = 270$ (通り)

◇練成問題 A (P 11)

7(1) [次の 12 通り]



(2) [残る文字は 2 つしかない]

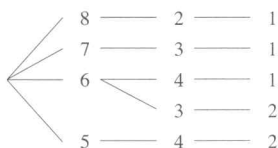


2 5 通り

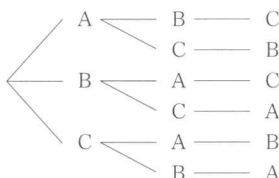
【解説】

3つの数を大きい順に $x > y > z$ とする。

$z \geq 1, y \geq 2 \therefore x \leq 8$



3 [次の 6 通り]



4 5 個

【解説】

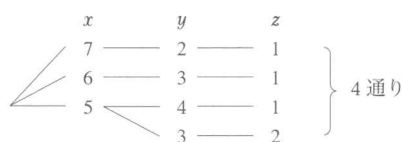
3つの数を大きい順に $x > y > z$ とする。

$z \geq 1, y \geq 2$ である。

$x + y + z = 7$ の場合

x	y	z	
4	2	1	1 通り

$x + y + z = 10$ の場合



5 9 通り

【解説】

目の和が 5 のとき、さいころの目は順に

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

目の和が 6 のとき、さいころの目は順に

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

6 6 通り

【解説】

目の和は 6, 12 の 2 通り。

目の和が 6 のとき、さいころの目は順に

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

目の和が 12 のとき、さいころの目は順に (6, 6)

7 110 通り [$11 \times 10 = 110$]

◇練成問題 B (P 12 ~ P 13)

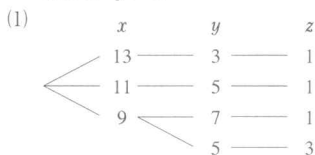
7(1) 4 通り

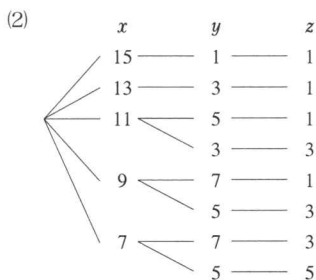
(2) 8 通り

【解説】

3つの奇数を大きい順に $x > y > z$ とする。

$z \geq 1, y \geq 3$

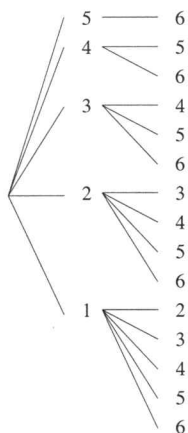




2(1) 15 通り (2) 10 通り

【解説】

(1) 1 回目 2 回目



(2) 1 回目 2 回目

6	1 ~ 4	4 通り
5	1 ~ 3	3 通り
4	1, 2	2 通り
3	1	1 通り

3(1) 9 個 (2) 18 個; b を含む項 6 個

【解説】

(1) $3 \times 3 = 9$

(2) 出てくる項の数は $2 \times 3 \times 3 = 18$ (個)

b を含む項の数は $(x+y) \times b \times (\alpha + \beta + \gamma)$ から出てくる項の数なので $2 \times 3 = 6$ (個)

4(1) 18 通り [$3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$]

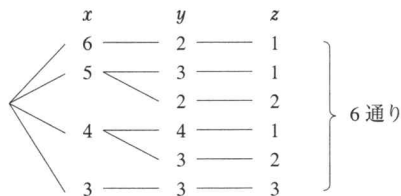
(2) 10 通り [1 の位が 0 のときと 2 のときに分けてそれぞれ数える]

5 12 通り

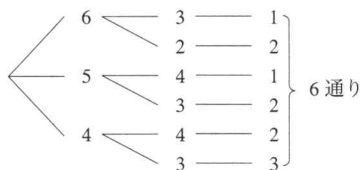
【解説】目を大きい順に $x \geq y \geq z$ とする。

$$6 \geq x, y, z \geq 1$$

目の和が 9 のとき



目の和が 10 のとき



6(1) 100 個 (2) 28 個 (3) 171 個

【解説】

(1) 百の位は 2, 4, 6, 8

十の位は 0, 2, 4, 6, 8

一の位は 0, 2, 4, 6, 8

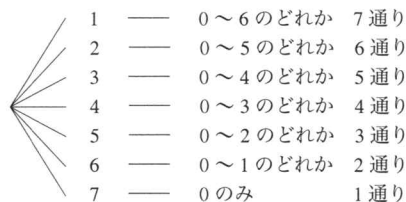
(2) 樹形図を用いる。

(百の位の数) + (一の位の数) + 2 = (十の位の数)

なので十の位の数は 3 以上 9 以下である。また、

(百の位の数) + (一の位の数) ≤ 7

百の位の数 一の位の数



(3)(i) 十の位だけに 0 が使われているもの

$$9 \times 1 \times 9 = 81$$

(ii) 一の位だけに 0 が使われているもの

$$9 \times 9 \times 1 = 81$$

(iii) 十の位にも、一の位にも 0 が使われているもの

$$9 \times 1 \times 1 = 9$$

【別解】全部 $(999 - 99 = 900)$ から、0 を含まないものの個数 $(9 \times 9 \times 9)$ を引く。

7(1) 12 通り (2) 8 通り (3) 28 通り

【解説】

(1) $4 \times 3 = 12$

(2) 1 枚目が 5 以外の 1 ~ 9

(3) 1 枚目 2 枚目

A	7 以上	7 枚
2	8 以上	6 枚
3	9 以上	5 枚
4	10 以上	4 枚
5	J 以上	3 枚
6	Q 以上	2 枚
7	K 以上	1 枚

8 528 通り [$8 \times 6 \times 11 = 528$]

9 20 種類 [①で 2 通り, ②で 5 通り, ③で 2 通りの選択があるので、モデルの個数は $2 \times 5 \times 2$]

10(1) 9 個 [3×3] (2) 24 個 [$3 \times 4 \times 2$]

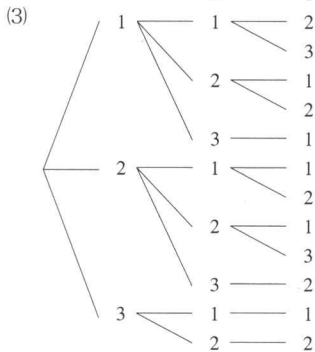
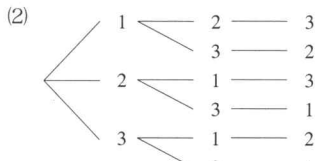
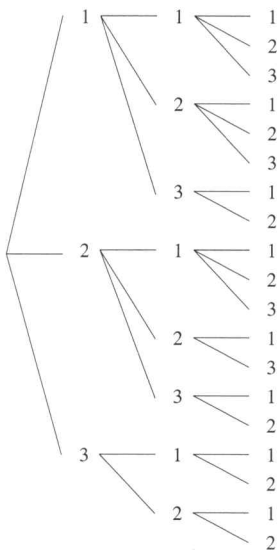
(3) 6 個 [$b = 0$ になればよい。 $3 \times 1 \times 2$]

11(1) 19 個 (2) 6 個 (3) 12 個

【解説】

樹形図を利用する。

(1) 百の位 十の位 一の位



3 順列 (P 14~P 19)

◇確認問題 (P 14~P 16)

7(1)① 30 ② 336 ③ 120

(2) 120 個 [${}_3P_4 = 120$]

2(1)① 720 ② 5040 ③ 40320

(2)① 720 個 [$6! = 720$]

② 120 個 [最後が 5 と指定されているので, ${}_3P_3 = 120$]

3(1) 36 個 (2) 12 個

【解説】

(1) 千の位に 0 が使えないことと、一の位に奇数を用いなくではいけないことに留意する。

$$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$$

↑ ↑

一の位 千の位

(2) 百の位に 0 が使えないこと、一の位に 0 を使わないといけないことに留意する。

$$1 \times 4 \times 3 = 12$$

↑ ↑

一の位 百の位

4(1) 270 通り [${}_{10}P_2 \times {}_3P_1 = 10 \times 9 \times 3 = 270$]

(2) 720 通り [${}_{10}P_3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$]

5(1) 12 個 (2) 4 個

【解説】

(1) “すく” の形で隣り合っているもの

$${}_3P_3 = 3!$$

“くす” の形で隣り合っているもの

$${}_3P_3 = 3!$$

両者を合わせる。

(2) “〇がす〇” の形: 2×1

“〇すが〇” の形: 2×1

6 30 個

【解説】

百の位に 3, 4 を選んだとき: うしろの数字は何であっても 220 を上回るので $2 \times {}_4P_2$

百の位に 2 を選んだとき: 十の位に 3, 4 を選べば 220 を上回るので $2 \times {}_3P_1$

◇練成問題 A (P 17)

7(1) 840 (2) 360 (3) 24 (4) 362880

2 120 個 [${}_3P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$]

3(1) 120 個 [$5! = 120$]

(2) 24 個 [最後の数字のみ指定されているので $4! = 24$]

4(1) 900 個 (2) 220 個

【解説】

(1) 一の位が 1, 3, 5 の 3 つ, 万の位は 0 以外の数。

よって $3 \times 5 \times {}_3P_3 = 900$ (個)

(2) 一の位が 0 のとき ${}_6P_3 = 120$

一の位が 5 のとき $5 \times {}_5P_2 = 100$

よって $120 + 100 = 220$ (個)

5 3136 通り [${}_8P_2 \times {}_8P_2$]

6(1) 840 個 (2) 20 個 (3) 40 個

【解説】

(1) ${}_7P_4$

(2) $1 \times {}_5P_2 \times 1$

(3)(i) “B〇〇L” の形のもの $1 \times 5 \times 4 \times 1 = 20$

(ii) “L〇〇B” の形のもの $1 \times 5 \times 4 \times 1 = 20$

7 54 個

【解説】

千の位が 2 か 5 のとき: 他は何でもよいから

$$2 \times {}_4P_3 = 48$$

千の位が 6 のとき: 百の位は 2 で他は何でもよいから

$$1 \times 1 \times {}_3P_2 = 6$$

◇練成問題 B (P 18~P 19)

7 300 個

【解説】

3 文字の単語の数 ${}_3P_3 = 60$

4 文字の単語の数 ${}_4P_4 = 120$

5 文字の単語の数 ${}_5P_5 = 120$

2(1) 5 (2) 6