

発展学習⑤ 場合の数

P.202 ~ 207

確認問題

P.202 ~ 205

1

P.202

積の法則…ことがらAの起こり方が a 通りあり、それぞれの場合に対して、ことがらBの起こり方が b 通りあるとき、A、Bがともに起こる場合の数は、

$$ab \text{ 通り}$$

順列…いくつかのものに順序をつけて並べたものを順列という。

n 個の異なるものから r 個の異なるものを取り出してつくった順列の総数は、

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$$

- (1) 4 けたの整数は、5 個の数字から 4 個取ってつくった順列の数だけあるから、

$${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2$$

$$= 120 \text{ (個)} \quad \cdots \text{答}$$

- (2)① 十の位に入る数の選び方は、0 をのぞく 4 通り。
このそれぞれについて、一の位に入る数の選び方は 4 通り。

よって、2 けたの整数は、

$$4 \times 4 = 16 \text{ (個)} \quad \cdots \text{答}$$

- ② 百の位に入る数の選び方は、0 をのぞく 4 通り。
このそれぞれについて、十の位、一の位に入る数の選び方は、4 個の数字から 2 個取ってつくった順列の数だけあるから、 ${}_4P_2$ 通り。

よって、3 けたの整数は、

$$4 \times {}_4P_2 = 4 \times 4 \times 3$$

$$= 48 \text{ (個)} \quad \cdots \text{答}$$

- (3) ・ A が左端、B が右端となる並べ方

A、B の位置の決め方は 1 通り。

C、D、E、F の位置の決め方は、4 個のものから 4 個取ってつくった順列の数だけあるから、 ${}_4P_4$ 通り。

よって、並べ方の総数は、

$${}_4P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 24 \text{ (通り)} \quad \cdots \text{答}$$

- ・ A と B がとなり合う並べ方

A と B を 1 人とみなすと、5 人の並び方の数は、5 個のものから 5 個取ってつくった順列の数だけあるから、 ${}_5P_5$ 通り。

このそれぞれについて、A と B の並べ方が 2 通りあるから、

$${}_5P_5 \times 2 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2$$

$$= 240 \text{ (通り)} \quad \cdots \text{答}$$

2

P.203

重複順列…同じものを繰り返し用いてもよい場合の順列を重複順列という。

n 個のものから、同じものを何度使ってもよいとして、 r 個を取り出して一列に並べた重複順列の総数は、

$$n^r$$

円順列… n 個の異なるものを円形に並べたものを、 n 個のものの円順列という。

異なる n 個のものの円順列の総数は、

$$\frac{{}_nP_n}{n}$$

- (1) 3 けたの整数は、5 個のものから 3 個取って並べた重複順列の数だけあるから、

$$5^3 = 125 \text{ (通り)} \quad \cdots \text{答}$$

- (2)① 百の位に入る数の選び方は、0 をのぞく 3 通り。

このそれぞれについて、十の位、一の位に入る数の選び方は、4 個の数字から 2 個取って並べた重複順列の数だけあるから、 4^2 通り。

よって、3 けたの整数は、

$$3 \times 4^2 = 48 \text{ (個)} \quad \cdots \text{答}$$

- ② 千の位に入る数の選び方は、0 をのぞく 3 通り。

このそれぞれについて、百、十、一の位に入る数の選び方は、4 個の数字から 3 個取って並べた重複順列の数だけあるから、 4^3 通り。

よって、4 けたの整数は、

$$3 \times 4^3 = 192 \text{ (個)} \quad \cdots \text{答}$$

- (3) 5個のものの円順列の数だけあるから、

$$\frac{{}_5P_5}{5} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5}$$

$$= 24(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (4)① 6個のものの円順列の数だけあるから、

$$\frac{{}_6P_6}{6} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6}$$

$$= 120(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- ② 男子2人を1人とみなすと、5人のすわり方は、

$$\frac{{}_5P_5}{5} \text{通り。}$$

このそれぞれについて、男子2人のすわり方が2通りあるから、

$$\frac{{}_5P_5}{5} \times 2 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5} \times 2$$

$$= 48(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

3

P.204

組合せ…いくつかのものから、並べる順序は問題にしないで、その一部を取り出す取り出し方を組合せという。

n 個の異なるものから r 個の異なるものを取り出してつくった組合せの総数は、

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{{}_rP_r}$$

- (1) 特定の1人をふくむ4人を選ぶ場合の数は、特定の1人以外の19人から3人を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_{19}C_3 = \frac{19 \times 18 \times 17}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 969(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (2)① 8個の点から2個の点を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1}$$

$$= 28(\text{本}) \quad \cdots \text{答}$$

- ② 8個の点から3個の点を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 56(\text{個}) \quad \cdots \text{答}$$

- (3)① 4個の点から2個の点を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$$

$$= 6(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- ② 5個の点から2個の点を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1}$$

$$= 10(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- ③ 直線 ℓ 上の点から2個、直線 m 上の点から2個選ぶ場合の数だから、(1)、(2)より、

$$6 \times 10 = 60(\text{個}) \quad \cdots \text{答}$$

- (4) 男子8人から2人を選ぶ組合せの数は、

$${}_8C_2 \text{通り}$$

女子10人から3人を選ぶ組合せの数は、

$${}_{10}C_3 \text{通り}$$

よって、5人の代表を選ぶ方法は、

$${}_8C_2 \times {}_{10}C_3 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} \times \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 3360(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (5) 縦の辺から2本を選び、横の辺から2本を選ぶと、その4本で1つの長方形ができる。

縦の辺5本から2本を選ぶ組合せの数は、

$${}_5C_2 \text{通り}$$

横の辺4本から2本を選ぶ組合せの数は、

$${}_4C_2 \text{通り}$$

よって、長方形の総数は、

$${}_5C_2 \times {}_4C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$$

$$= 60(\text{個}) \quad \cdots \text{答}$$

- (6) 8人から4人を選び、この4人をAに入れば、Bは残りの4人が入ることになる。

よって、AとBの部屋の分け方は、8人から4人を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_8C_4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 70(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (7) 4人ずつ2つの組に分けることは、(6)でA、Bの区別がない場合である。

$$70 \div 2 = 35(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (8) まず6人を2人ずつ3つの組A, B, Cに分ける方法を考える。

6人からAに入る2人を選ぶ方法は、 ${}_6C_2$ 通り。

残りの4人からBに入る2人を選ぶ方法は、 ${}_4C_2$ 通り。

残りの2人はCに入るから、分け方の総数は、

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \text{ 通り}$$

ここでA, B, Cの区別をなくすと, A, B, Cの順列の数 ${}_3P_3$ 通りずつ同じ分け方が出てくる。

よって, 2人ずつ3組に分ける方法は、

$$\frac{{}_6C_2 \times {}_4C_2}{{}_3P_3} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{1}{3 \times 2 \times 1} \\ = 15(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

4

P.205

- (1) 5個の場所のうち1が入る2個の場所を選べば、1つの整数が決まる。

- (2)① 東へ1区画進むことをe, 北へ1区画進むことをnと表すと、1つの道順はeを5個、nを4個用いた順列で表すことができる。

- ② AからCへ行く道順の数, CからBへ行く道順の数を求め、かけ合わせる。

- ③ 全体の数からC地点を通る道順の数をひく。

- (3) 7回のうち表が出る3回を選べばよい。

- (4) 10個の○に2個の区切り線を入れる。

○○|○○○○○|○○○

これは、左から長男に2個、次男に5個、三男に3個分けることを示す。

- (5) (4)と同様に、8個のものを3つに分割し、それぞれa, b, cに分けると考える。

- (1) 5個の場所のうち1が入る2個の場所を選べば、1つの整数が決まる。

よって、5けたの整数は、5個から2個とった組合せの数だけあるから、

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \\ = 10(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (2)① 東へ1区画進むことをe, 北へ1区画進むことをnと表すと、1つの道順はeを5個、nを4個用いた順列で表すことができる。

この順列の総数は、9か所からnが入る4か所を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ = 126(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- ② AからCへ行く道順の数は、 ${}_5C_2$ 通り。

CからBへ行く道順の数は、 ${}_4C_2$ 通り。

よって、AからCを経てBへ行く道順の数は、

$${}_5C_2 \times {}_4C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \\ = 60(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- ③ ①, ②より、

$$126 - 60 = 66(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (3) 7回のうち表が出る3回を選べば、1つの場合が決まる。

よって、表が3回出る場合は、7回から表が出る3回を選ぶ組合せの数だけあるから、

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \\ = 35(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (4) 10個の○に2個の区切り線を入れる。

例えば、○○|○○○○○|○○○

は、左から長男に2個、次男に5個、三男に3個分けることを示す。

この区切りが入られる箇所は9箇所あるから、3人に分ける方法は、9個から2個とった組合せの数だけある。

$${}_9C_2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} \\ = 36(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

- (5) 8個の○に2個の区切り線を入れる。

例えば、○○○|○○○○○|○

は、左からa=3, b=4, c=1を示す。

この区切りが入られる箇所は7箇所あるから、8個を3つに分ける方法は、7個から2個とった組合せの数だけある。

$${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \\ = 21(\text{組}) \quad \cdots \text{答}$$

1

(1)③ 目の和が偶数になるのは、どちらも偶数かどちらも奇数の場合である。

④ 目の積が偶数になるのは、少なくとも一方が偶数になるときである。

(2)① 積の法則を利用する。

② ①に、A町からC町を経てD町に行く道順の数を加える。

(3)① 13枚のスペードのカードから3枚を取って並べた順列の数を求める。

② 12枚の絵札のカードから3枚を取って並べた順列の数を求める。

(1)① 大小それぞれ3通りの目の出方があるので、

$$3 \times 3 = 9(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

② 大小それぞれ3通りの目の出方があるので、

$$3 \times 3 = 9(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

③ 目の和が偶数になるのは、どちらも偶数かどちらも奇数の場合だから、①、②より、

$$9 + 9 = 18(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

④ 目の積が偶数になるのは、少なくとも一方が偶数になるときである。

起こりうるすべての場合は、36通り。

どちらも奇数の目が出るのは9通りだから、

$$36 - 9 = 27(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

(2)① A町からB町まで3通り、B町からD町まで2通りの道があるので、

$$3 \times 2 = 6(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

② A町からC町を経てD町に行く方法は、

$$2 \times 2 = 4(\text{通り})$$

よって、A町からD町に行く方法は、

$$6 + 4 = 10(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

(3)① 13枚のスペードのカードから3枚を取って並べた順列の数だけあるから、

$${}_{13}P_3 = 13 \times 12 \times 11$$

$$= 1716(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

② 12枚の絵札のカードから3枚を取って並べた順列の数だけあるから、

$${}_{12}P_3 = 12 \times 11 \times 10$$

$$= 1320(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

2

(1)① 百の位には0以外の数が入る。

十の位、一の位に入る数は重複順列になる。

② 十の位、一の位に入る数は順列になる。

(2)① 部長と副部長を選ぶので、順列を考える。

② 男子が部長のときと女子が部長のときがある。

(3)① 8個のものの円順列となる。

② まず男子4人を並べ、その間に女子4人を入れていく。このとき、男子4人の並び方は円順列、女子4人の並び方は順列となる。

(1)① 百の位に入る数の選び方は、0をのぞく5通り。

このそれぞれについて、十の位、一の位に入る数の選び方は、6個の数字から2個取って並べた重複順列の数だけあるから、 6^2 通り。

よって、3けたの整数は、

$$5 \times 6^2 = 180(\text{個}) \quad \cdots \text{答}$$

② 百の位に入る数の選び方は、0をのぞく5通り。

このそれぞれについて、十の位、一の位に入る数の選び方は、5個の数字から2個取って並べた順列の数だけあるから、 ${}_5P_2$ 通り。

よって、3けたの整数は、

$$\begin{aligned} 5 \times {}_5P_2 &= 5 \times 5 \times 4 \\ &= 100(\text{個}) \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$

(2)① 18人の中から2人を選んで並べ、その順に部長、副部長とすればよい。

この選び方は、18人の中から2人取って並べた順列の数だけあるから、

$$\begin{aligned} {}_{18}P_2 &= 18 \times 17 \\ &= 306(\text{通り}) \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$

② 男子10人から1人、女子8人から1人選び、部長と副部長を決めるから、その方法は、

$$10 \times 8 \times 2 = 160(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

(3)① 8個のものの円順列の数だけあるから、

$$\begin{aligned} \frac{{}_8P_8}{8} &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8} \\ &= 5040(\text{通り}) \quad \cdots \text{答} \end{aligned}$$

- ② まず男子4人の並び方は、4個のものの円順列の数だけあるから、 $\frac{P_4}{4}$ 通り。

このそれぞれについて女子4人の並び方は、4個のものの順列の数だけあるから、 P_4 通り。

よって、男女が交互に並ぶすわり方は、

$$\frac{P_4}{4} \times P_4 = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ = 144(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

3

- (1)①② 組合せの数 ${}_nC_r$ を使って求める。

- ③ 少なくとも1人は男子が選ばれるのは、3人とも女子が選ばれる場合以外である。

- (2) ハンバーガー、飲み物それぞれの選び方の数を求め、かけ合わせる。

- (3)① ℓ, m, n から2本、 p, q, r, s から1本選べば、三角形が1つできる。

- ② ℓ, m, n から2本、 p, q, r, s から2本選べば、四角形が1つできる。

- (4)① 偶数の中から3個選ぶ組合せの数を求める。

- ② 3つの数の積が奇数になるのは、3つとも奇数のときである。

- ③ 偶数から2個、奇数から1個選ぶ場合の数を求める。

- (3)① ℓ, m, n から2本、 p, q, r, s から1本選べば、三角形が1つできる。

よって、三角形の個数は、

$${}_3C_2 \times {}_4C_1 = 3 \times 4 \\ = 12(\text{個}) \quad \dots \text{答}$$

- ② ℓ, m, n から2本、 p, q, r, s から2本選べば、四角形が1つできる。

よって、四角形の個数は、

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 3 \times \frac{4 \times 3}{2} \\ = 18(\text{個}) \quad \dots \text{答}$$

- (4)① 偶数2, 4, 6, 8, 10から3個選ぶ組合せの数は、

$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \\ = 10(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

- ② 3つの数の積が奇数になるのは、3つとも奇数のときである。

奇数1, 3, 5, 7, 9から3個選ぶ組合せの数は、

$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \\ = 10(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

- ③ 偶数2, 4, 6, 8, 10から2個、奇数1, 3, 5, 7, 9から1個選ぶ場合の数は、

$${}_5C_2 \times {}_5C_1 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 5 \\ = 50(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

- (1)① 女子14人から3人を選ぶ組合せの数は、

$${}_{14}C_3 = \frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1} \\ = 364(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

- ② 26人から3人を選ぶ組合せの数は、

$${}_{26}C_3 = \frac{26 \times 25 \times 24}{3 \times 2 \times 1} \\ = 2600(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

- ③ 少なくとも1人は男子が選ばれるのは、3人とも女子が選ばれる場合以外だから、①, ②より、

$$2600 - 364 = 2236(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

- (2) ハンバーガーを3種類選ぶ方法は、 ${}_3C_3$ 通り。

飲み物を2種類選ぶ方法は、 ${}_{10}C_2$ 通り。

だから、求める場合の数は、

$${}_3C_3 \times {}_{10}C_2 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \\ = 2520(\text{通り}) \quad \dots \text{答}$$

(1) 7個の場所のうち a が入る 3 個の場所を選ぶ組合せの数を求める。

(2)② 12人から 5 人を選び、残りの 7 人から 4 人を選ぶ場合の数を求める。

③ 特定の 2 人がどの車に乗るかで場合に分けて調べる。

(3)① 横に並んだ 20 個のものを 1 つの仕切りで分けることを考える。

② 横に並んだ 20 個のものを 2 つまたは 3 つの仕切りで分けることを考える。

分かれたそれぞれの個数が、和が 20 となる自然数の組となる。

(1) 7 個の場所のうち a が入る 3 個の場所を選べば、1 つの文字列が決まる。

よって、文字列の総数は、7 個から 3 個とった組合せの数だけあるから、

$${}^7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \\ = 35(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

(2)① 12 人から 5 人を選ぶ場合の数は、

$${}_{12}C_5 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ = 792(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

② 5 人乗りに乗る人を選んだ後に、4 人乗りに乗る人を選ばばよい。7 人から 4 人を選ぶ場合の数は、 7C_4 通りだから、12 人が分乗する方法は、

$${}_{12}C_5 \times {}^7C_4 = 792 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ = 27720(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

③ 5 人乗りの車を A、4 人乗りの車を B、3 人乗りの車を C とする。

・特定の 2 人が A に乗るとき、

残りの 10 人から、A に乗る 3 人と C に乗る 3 人を選べばよい。その方法は、

$${}_{10}C_3 \times {}^7C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \\ = 4200(\text{通り})$$

・特定の 2 人が B に乗るとき、

残りの 10 人から、B に乗る 2 人と C に乗る 3 人を選べばよい。その方法は、

$${}_{10}C_2 \times {}_8C_3 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \\ = 2520(\text{通り})$$

・特定の 2 人が C に乗るとき、

残りの 10 人から、C に乗る 1 人と B に乗る 4 人を選べばよい。その方法は、

$${}_{10}C_1 \times {}_9C_4 = 10 \times \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ = 1260(\text{通り})$$

よって、求める場合の数は、

$$4200 + 2520 + 1260 = 7980(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

(3)① 横に並んだ 20 個のものを 1 つの仕切りで分け、分けたそれぞれの個数を 2 つの自然数とすればよい。

この分け方の数は、19 通り $\cdots \text{答}$

② 3 つの自然数の和で表す方法は、横に並んだ 20 個のものを 2 つの仕切りで分け、分けた 3 箇所の個数を 3 つの自然数とすればよい。

この分け方の数は、

$${}_{19}C_2 = \frac{19 \times 18}{2 \times 1} \\ = 171(\text{通り})$$

4 つの自然数の和で表す方法は、同様に、横に並んだ 20 個のものを 3 つの仕切りで分け、分けた 4 箇所の個数を 4 つの自然数とすればよい。

この分け方の数は、

$${}_{19}C_3 = \frac{19 \times 18 \times 17}{3 \times 2 \times 1} \\ = 969(\text{通り})$$

よって、求める場合の数は、

$$19 + 171 + 969 = 1159(\text{通り}) \quad \cdots \text{答}$$

2人とも当たりをひくのは、 $3 \times 2 = 6$ (通り)

- 2 (1) 2つとも偶数の目が出るのは、 $3 \times 3 = 9$ (通り)
だから、少なくとも一方は奇数の目が出るのは、 $36 - 9 = 27$ (通り)。

(2) 起こりうるすべての結果は、 $\frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$ (通り)

2人とも男子を選ぶのは、 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ (通り) だから、少なくとも1人は女子を選ぶのは、 $21 - 10 = 11$ (通り)。

(3) 起こりうるすべての結果は、 $3^3 = 27$ (通り)

3人とも異なる手を出すのは、 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り) だから、2人以上が同じ手を出すのは、 $27 - 6 = 21$ (通り)

- 3 (1) $x = 3$ となるのは、(1, 4), (3, 6), (4, 1), (6, 3) の4通り。

(2) $-8 \leq x \leq -2$ となるのは、(1, 1), (1, 3), (1, 5), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3) の10通り。

- 4 (1) 起こりうるすべての結果は、 $3 \times 2 = 6$ (通り)
数字1を書いた箱に青玉が入るのは1通り。

(2) 1回目の6通りの取り出し方に対し、2回目の取り出し方は、 $2 \times 1 = 2$ (通り) ずつあるから、起こりうるすべての結果は、 $6 \times 2 = 12$ (通り)
数字1を書いた箱に白玉が1回目に入るのは、1回目に取り出す玉が1と白で1通り、2回目に取り出す玉が2か3と青で2通りだから、 $1 \times 2 = 2$ (通り)。同様に、2回目に入るのは、 $2 \times 1 = 2$ (通り) ある。全部で、 $2 + 2 = 4$ (通り)

- 5 (1) 起こりうるすべての結果は、 $2^4 = 16$ (通り)
A(2, 2)に移動するのは、表が2回、裏が2回出るときだから、 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (通り)

(2) 起こりうるすべての結果は、 $2^5 = 32$ (通り)

B(3, 2)に移動するのは、表が3回、裏が2回出るときだから、 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (通り) このうち、Aを通るのは(1)より6通りだから、Aを通らずにBに移動するのは、 $10 - 6 = 4$ (通り)

(2) Aに分ける2本の決め方は、 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (通り)

Bに分ける2本の決め方は、 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (通り)

このとき、Cに分ける2本は1通りに決まる。
よって、 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (通り)

(3) 1枚だけ使う…10, 50, 100

2枚使う…10 $\begin{cases} 10 & (20) \\ 50 & (60) \\ 100 & (110) \end{cases}$ 50 $\begin{cases} 50 & (100)^* \\ 100 & (150) \end{cases}$

3枚使う…

10 $\begin{cases} 10 & 50 & (70) \\ & 100 & (120) \\ 50 & 50 & (110)^* \\ & 100 & (160) \end{cases}$ 50—50 $\begin{cases} 50 & (150)^* \\ & 100 & (200) \end{cases}$

4枚使う…

10 $\begin{cases} 10-50 & 50 & (120)^* \\ & 100 & (170) \\ 50-50 & 50 & (160)^* \\ & 100 & (210) \end{cases}$

50—50—50—100 (250)

5枚使う…

10 $\begin{cases} 10-50-50 & 50 & (170)^* \\ & 100 & (220) \\ 50-50-50 & 100 & (260) \end{cases}$

6枚全部使う

10—10—50—50—50—100 (270)

以上の23通りのうち、×印をつけた6通りの金額は重複しているから、金額は全部で $23 - 6 = 17$ (通り)

- ② (1) $a = 1$ のとき、 $(b, c) = (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$ の10通り。 $a = 2$ のとき、 $(b, c) = (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$ の6通り。 $a = 3$ のとき、 $(b, c) = (4, 5), (4, 6), (5, 6)$ の3通り。 $a = 4$ のとき、 $(b, c) = (5, 6)$ の1通り。したがって、全部で、 $10 + 6 + 3 + 1 = 20$ (通り)

(2) 3つの数の組み合わせは、 $\{1, 3, 6\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 5\}$ の3通り。それぞれについて、ひく順序が、 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (通り) よって、全部で、 $3 \times 6 = 18$ (通り)

- ③ (1) 起こりうるすべての結果は、3通りのカードのそれぞれ上下をふくめて、 $3 \times 2 = 6$ (通り)
このうち、6である場合は1通り、8である場合は上下の2通りある。確率はそれぞれ

$$\frac{1}{6}, \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(2) 起こりうるすべての結果は、3枚のカードのうち2枚を並べて、どちらも上下の2通りずつ

P186

【章末問題①】

① (1) 1998 (2) 90通り (3) 17通り

② (1) 20通り (2) 18通り

③ (1) 6である確率 $\frac{1}{6}$, 8である確率 $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$

④ (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{7}{15}$

【解説】

① (1) 234, 243, 324, 342, 423, 432 の6個。

あるから、 $(3 \times 2) \times (2 \times 2) = 24$ (通り)

このうち、2桁の整数ができない場合は、

7が逆さになる1通り

8か9の2通りで、それぞれ上下逆の2通りずつあり、 $2 \times 2 = 4$ (通り)

これと、左右が入れかわった場合を合わせて、 $(1 \times 4) \times 2 = 8$ (通り)

よって、求める確率は、 $\frac{24-8}{24} = \frac{2}{3}$

- ④ (2) 起こりうるすべての結果は、 $6 \times 5 = 30$ (通り)
あてはまるのは、(1番目, 2番目)が(2, 1),
(2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 4), (3, 5),
(3, 6), (4, 1), (4, 3), (4, 6), (5, 1),
(5, 2), (5, 3), (5, 6)の14通り。

P187

【文末問題②】

① (1)1020通り (2)795通り

② ア…9, イ…8, ウ…26

③ (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{2}{3}$

④ (1) $\frac{1}{16}$ (2)16通り (3) $\frac{7}{16}$

解説

- ① (1) 組み合わせの総数は、 $\frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2 \times 1} = 1140$ (通り)

積が2の倍数にならない組み合わせは、10個の奇数から3個を取り出す組み合わせだから、

$\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ (通り)。1140 - 120 = 1020 (通り)

- (2) 2の倍数であって4の倍数にならない組み合わせは、2, 6, 10, 14, 18の5個の整数から1個を取り出し、10個の奇数から2個を取り出す組

み合わせだから、 $5 \times \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 225$ (通り)

よって、1020 - 225 = 795 (通り)

- ② 最初に点Dを通る移動の仕方

A — D — C $\begin{cases} B \\ E — B \\ F — B \end{cases}$

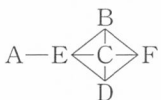
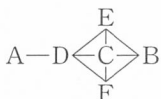
A — D — E $\begin{cases} B \\ C < \begin{cases} F — B \end{cases} \end{cases}$

A — D — F $\begin{cases} B \\ C < \begin{cases} E — B \end{cases} \end{cases}$

9通り

最初に点Eを通る移動の仕方

A — E — B



A — E — C $\begin{cases} B \\ D — F — B \\ F — B \end{cases}$

A — E — D $\begin{cases} C < \begin{cases} B \\ F — B \end{cases} \\ F < \begin{cases} B \\ C — B \end{cases} \end{cases}$

8通り

最初に点Fを通る移動の仕方は、最初に点Eを通る場合と同様に8通りある。

最初に点Bへ移動する1通りをふくめて、全部で、 $9 + 8 + 8 + 1 = 26$ (通り)

- ③ (1) A, Bともに赤の電球が点灯するのは、大きいさいころの目が1, 3, 5の3通りのいずれかで、小さいさいころの目が2, 5の2通りのいずれかだから、全部で、 $3 \times 2 = 6$ (通り)

- (2) A, Bともに青の電球が点灯するのは、大きいさいころの目が2, 4, 6の3通りのいずれかで、小さいさいころの目が3, 6の2通りのいずれかだから、(1)と同様に、6通り。よって、異なる色の電球が点灯するのは、 $36 - 6 \times 2 = 24$ (通り)

- ④ パンを食べる日を○, ご飯を食べる日を×とすると、下の樹形図より、起こりうるすべての結果は16通り。ただし、この16通りがすべて等しい確率で起こるわけではない。

(1)は、 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

(3)は、○○×○×, ○×○○×, ○××○○, ×○○×○が各 $\frac{1}{16}$ 。○○××○が $\frac{1}{8}$ 。

○×○×○, ×○×○○が各 $\frac{1}{32}$ なので、

$\frac{1}{16} \times 4 + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \times 2 = \frac{7}{16}$

