

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読んではいけません。
- 4 答えは全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って
明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない
形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 答えを直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、
新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、
その数字の  の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $(\sqrt{5}-3\sqrt{3})(2\sqrt{5}+5\sqrt{3})-\frac{\sqrt{32}-\sqrt{30}}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 $2027 \times 2024 - 2025^2$ を計算せよ。

〔問 3〕 1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a ，小さいさいころの出た目の数を b とするとき， $a > b$ が成り立ち， $(a+1)^2 - (b+1)^2$ が 3 の倍数となる確率を求めよ。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕 y は x に反比例し， $x=2$ のとき $y=12$ である。

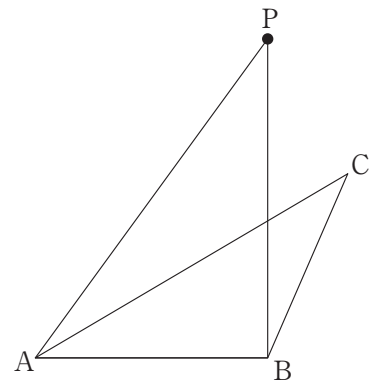
この反比例のグラフ上に， x 座標と y 座標がともに整数である点は全部で何個あるか。

〔問 5〕 右の図で，点 P は $\triangle ABC$ の外部にある点で，

$\angle ACB = \angle APB$ ， $\angle ABP = 90^\circ$ である。

解答欄に示した図をもとにして，点 P を 1 つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

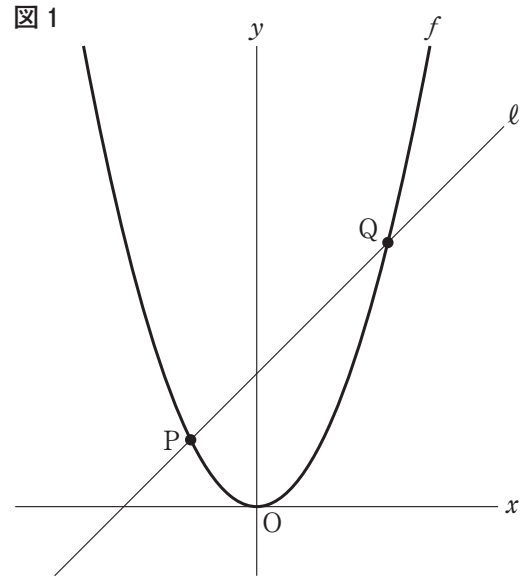


2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフを表している。

点P、点Qは、ともに曲線 f 上にあり、点Pの x 座標は点Qの x 座標より小さい。

2点P、Qを通る直線を ℓ とする。

点Oから点(1, 0)までの距離、および点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cm として、次の各問に答えよ。



〔問1〕 $PQ = 10$ cm の場合を考える。

次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 点Oと点P、点Oと点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。

直線 ℓ が x 軸と平行であるとき、 $\triangle OQP$ の面積は何 cm^2 か。

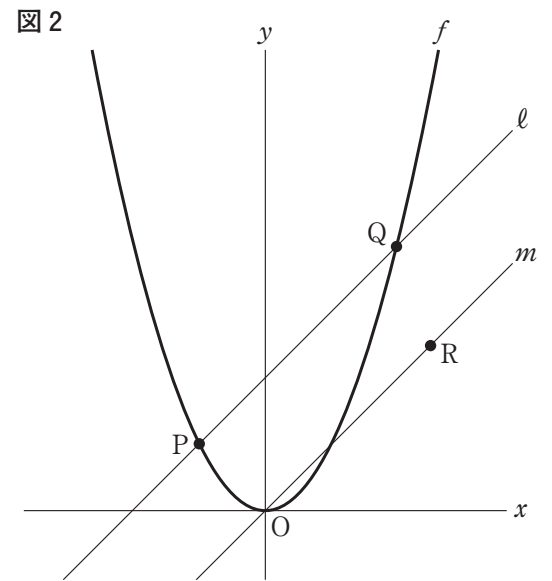
(2) 直線 ℓ の傾きが2のとき、点Pの x 座標を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

〔問 2〕 右の図 2 は，図 1 において，一次関数 $y = x$ のグラフを表す直線を m ，直線 m 上にある点を R とした場合を表している。

点 P と点 R ，点 Q と点 R をそれぞれ結び， $PR + RQ = a$ cm とした場合を考える。

点 P の x 座標が -1 で， $\ell \parallel m$ のとき， a の値が最も小さくなるときの a の値を求めよ。



3

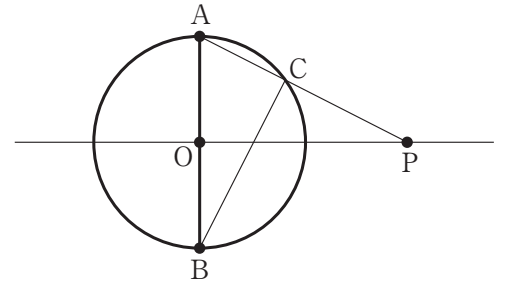
右の図 1 で、点 O は線分 AB を直径とする円の中心である。

線分 AB の垂直二等分線上で、円 O の外部にある点を P とし、点 A と点 P を結ぶ。

線分 AP と円 O との交点を C とし、点 B と点 C を結ぶ。

次の各問に答えよ。

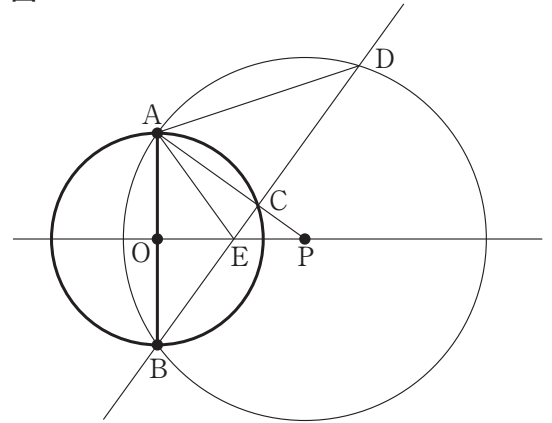
図 1



〔問 1〕 $OA = 3 \text{ cm}$, $AP = 6 \text{ cm}$ のとき、 $\triangle ABC$ の面積は何 cm^2 か。

- 〔問2〕 右の図2は、図1において、点Pを中心とし、
 2点A, Bを通る円をかき、2点B, Cを通る直線と
 円Pとの交点のうち、点Bと異なる点をD、
 線分BCと線分OPとの交点をEとし、
 点Aと点D、点Aと点Eをそれぞれ結んだ
 場合を表している。
 次の(1), (2)に答えよ。

図2



- (1) $\triangle ABD \sim \triangle EBA$ であることを証明せよ。
- (2) $OA = 1 \text{ cm}$, $AD = DE$ のとき、線分 AE の長さは何 cm か。

4

中学生の永田さんと赤坂さんは、放課後に先生と話をしている。

次の会話を読んで、あとの各問に答えよ。

ただし、円周率は π とする。

先生： 次の図を使って、容器に入っている水の体積について考えてみましょう。

【先生が示した図】

右の図1で、容器Aは、半径 r cmの半球である。

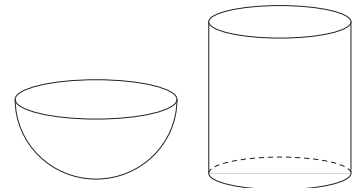
図1 容器A

容器B

容器Bは、半径 r cm、高さ $2r$ cmの円柱であり、2つの

円の中心を結んでできる線分は、底面に垂直である。

容器は水平な台の上に置いてあり、容器の厚みは考えないものとする。



先生： 容器Aいっぱいに入っているとします。

この水の量を半分にするためには、どのような方法がありますか。

永田さん：容器Aの水を容器Bに移し替えたらできそうだよ。

赤坂さん：そうだね。容器Aの水をすべて容器Bに移すと、台から水面までの高さが

① cm になるね。

容器Bで、台から水面までの高さが半分になるように容器Aに水を戻せば、元の水の量を半分にできるよ。

先生： いい考えですね。

他にも容器Aの水の量を半分にする方法はありませんか。

ここからは、 $r = 10$ とした場合を考えてみましょう。

赤坂さん：別の物体を容器Aに入れて、半分の水の量をあふれさせることができますね。

先生： では、次の図のように円柱のおもりを容器Aに沈めてみましょう。

【先生が示した円柱のおもりと円柱のおもりの沈め方の図】

右の図2で、おもりCは、半径6 cm、高さ10 cmの

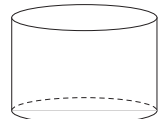
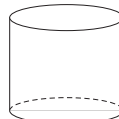
図2

円柱で、おもりDは、半径8 cm、高さ10 cmの円柱であり、

おもりC

おもりD

おもりC、おもりDにおいて、2つの円の中心を結んでできる



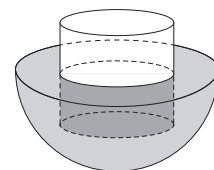
線分は、底面に垂直である。

右の図3のように、円柱のおもりを容器Aに沈めるときは、

図3

円柱の底面を水面と平行に保ったまま静かに沈める。

円柱のおもりの沈め方



赤坂さん：あふれ出す水の体積が最も大きくなるようにおもり C を容器 A に沈めたとき、
おもり C の水に入っている方の底面から水面までの高さは cm だから、
容器 A にはまだ半分以上の水が残ってしまうね。おもり D はどうかな。

永田さん：あふれ出す水の体積が最も大きくなるようにおもり D を容器 A に沈めたとき、
 $\pi \text{ cm}^3$ の水があふれるね。
おもり D の水に入っている方の底面から水面までの高さが cm になった
とき、容器 A の水を半分にできるよ。

〔問 1〕 に当てはまる式を、次のア～エのうちから選び、記号で答えよ。

ア $\frac{1}{6}r$

イ $\frac{1}{3}r$

ウ $\frac{2}{3}r$

エ $\frac{4}{3}r$

〔問 2〕 に当てはまる数を答えよ。

〔問 3〕 に当てはまる数を答えよ。

〔問 4〕 に当てはまる数を答えよ。

7
目

娄

学