2021年度
聖光学院中学校　▶解説と解答

算　数　＜第１回試験＞（60分）＜満点：150点＞

解　答

1 (1) 62.5　(2) 7　(3) 2個，6個　2 (1) 1500個　(2) 1700　(3) 1782
3 (1) 2：3　(2) 午前８時15分　(3) 午前８時７分30秒　(4) 午前８時１分
4 (1) 270　(2) $\frac{2}{3}$cm　(3) $1\frac{2}{5}$cm　(4) 503個　5 (1) 7　(2) 87cm^3　(3)
図…解説の図３を参照のこと。／**面積**…$16\frac{2}{3}$cm^2

解　説

1 逆算，場合の数，つるかめ算

(1) $2\frac{7}{9}\times0.1=\frac{25}{9}\times\frac{1}{10}=\frac{5}{18}$より，$(\square\div30-1.625)\div\frac{132}{224}-\frac{5}{18}=\frac{1}{2}$，$(\square\div30-1.625)\div\frac{132}{224}=\frac{1}{2}+\frac{5}{18}=\frac{9}{18}+\frac{5}{18}=\frac{14}{18}=\frac{7}{9}$，$\square\div30-1.625=\frac{7}{9}\times\frac{132}{224}=\frac{11}{24}$，$\square\div30=\frac{11}{24}+1.625=\frac{11}{24}+1\frac{5}{8}=\frac{11}{24}+\frac{13}{8}=\frac{11}{24}+\frac{39}{24}=\frac{50}{24}=\frac{25}{12}$　よって，$\square=\frac{25}{12}\times30=\frac{125}{2}=62.5$

(2) １桁（けた）の３の倍数は３，６，９の３個あり，これらに使われている数字の個数の合計は，１×３＝３(個)である。また，２桁の３の倍数は，３×４＝12から，３×33＝99までの，33－４＋１＝30(個)あり，これらに使われている数字の個数の合計は，２×30＝60(個)となる。同様に，３桁の３の倍数は，３×34＝102から，３×333＝999までの，333－34＋１＝300(個)あり，これらに使われている数字の個数の合計は，３×300＝900(個)とわかる。よって，2021番目の数字は，４桁の３の倍数の中で，2021－(３＋60＋900)＝1058(番目)にあらわれる数字となる。そして，この数字は，1058÷４＝264余り２より，４桁の３の倍数の中で，264＋１＝265(番目)の数の百の位の数字である。４桁で最も小さい３の倍数は1002だから，265番目の３の倍数は，1002＋３×(265－１)＝1794と求められ，その百の位の数字は７となる。

(3) 380円，420円，500円のケーキの個数をそれぞれ○個，□個，△個として図に表すと，右の図１のようになる。図１で，図形全体の面積が4200円だから，かげをつけた部分の面積は，

図１

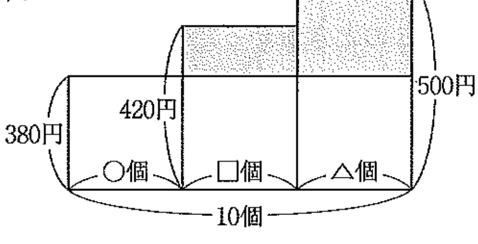


図２

	ア	イ	ウ
380円(○個)	6	4	2
420円(□個)	1	4	7
500円(△個)	3	2	1

4200－380×10＝400(円)とわかる。よって，(420－380)×□＋(500－380)×△＝400より，40×□＋120×△＝400となり，さらに等号の両側を40で割ると，１×□＋３×△＝10となる。したがって，考えられる{○，□，△}の組み合わせは右上の図２のようになる。さらに，アの場合は420円のケーキを，ウの場合は500円のケーキをお母さんに渡（わた）せば，「お母さんのケーキは他の９人のものとは違（ちが）う種類でした」という条件を満たすことができるが，イの場合は満たすことができない。以上よ

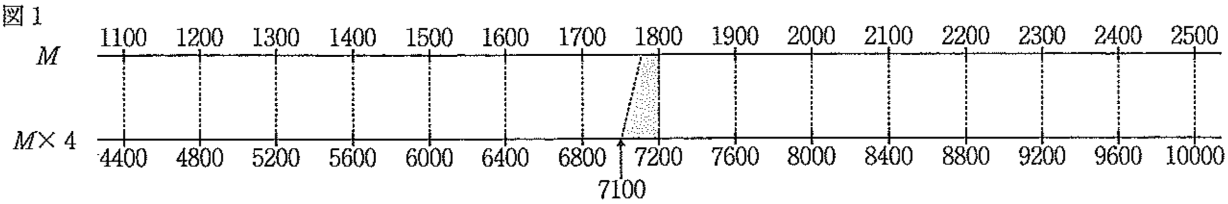
り，考えられる380円のケーキの個数は，アの場合の６個と，ウの場合の２個である。

2 条件の整理

(1) 性質①が成り立つときのMは，４倍すると４桁の整数Nになる(つまり，５桁にはならない)ので，10000÷４＝2500未満である。よって，Mは1000以上2499以下だから，Mとして考えられる整数は，2499－1000＋１＝1500(個)ある。

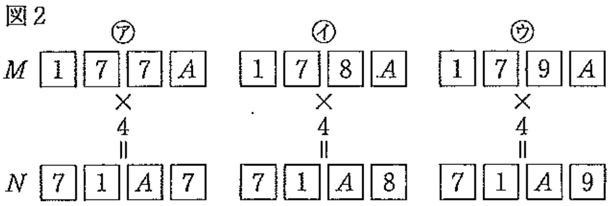
(2) Mの百の位とNの千の位は等しいので，Mは1100以上となる。そこで，Mが1100以上2500以下である場合について，M×４を求めると下の図１のようになる。すると，性質①と性質②が成り立つのは，M×４が7100以上7199以下のときだけとわかる。これは，7100÷４＝1775，7199÷４＝1799.75より，Mが1775以上1799以下のとき(かげをつけた部分)なので，Mの十の位以下を切り捨てた値として考えられる整数は1700となる。

図１



(3) Mは1775以上1799以下だから，Mの十の位の数字は７，８，９のいずれかであり，性質①と性質②と性質③が成り立つとき，右の図２の㋐～㋒の場合が考えられる。一の位のかけ算に注目すると，可能性があるのは㋑でAを２または７にした場合だけになる。そして，1782×４＝7128，1787×４＝7148より，Mは1782だけとわかる。

図２

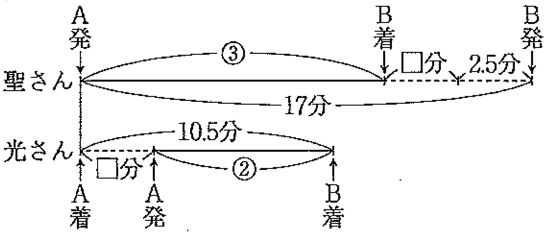


3 速さと比，旅人算

(1) 聖さんがAC間にかかった時間は７分30秒である。一方，光さんがＣ地点を通過した時刻は，８時３分＋７分30秒＝８時10分30秒であり，光さんがＡ地点に着いた時刻は８時15分30秒だから，光さんがCA間にかかった時間は，８時15分30秒－８時10分30秒＝５分とわかる。よって，聖さんと光さんがAC間にかかった時間の比は，７分30秒：５分＝7.5：５＝３：２なので，聖さんと光さんの速さの比は，$\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$＝２：３と求められる。

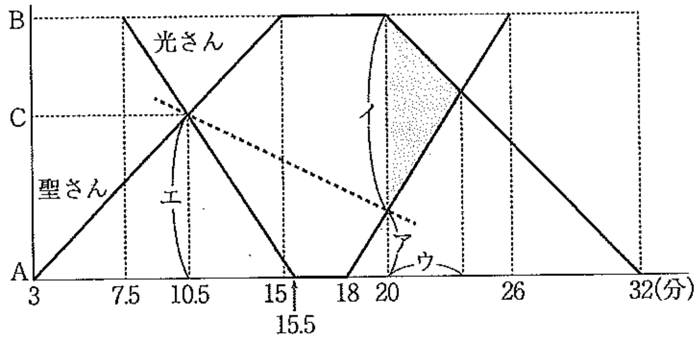
(2) 聖さんは８時３分にＡ地点を出発して８時20分にＢ地点を出発したから，このときかかった時間は，20－３＝17(分)である。一方，光さんは８時15分30秒にＡ地点に着いて８時26分にＢ地点に着いたので，このときかかった時間は，26－15.5＝10.5(分)である。また，聖さんと光さんがAB間にかかった時間の比は３：２である。よって，光さんがＡ地点で休憩(きゅうけい)した時間を□分として図に表すと，上の図１のようになる。図１で，２人のかかった時間の差は，(③＋□＋2.5)－(□＋②)＝①＋2.5(分)であり，これが，17－10.5＝6.5(分)にあたるから，①は，6.5－2.5＝４(分)とわかる。したがって，聖さんがAB間にかかった時間は，４×３＝12(分)なので，聖さんがＢ地点に着いた時刻は，８時３分＋12分＝８時15分と求められる。

図１



(3)　光さんがＡ地点に着いた時刻は８時15分30秒であり，光さんがBA間にかかった時間は，４×２＝８(分)だから，光さんがＢ地点を出発した時刻は，８時15分30秒－８分＝８時７分30秒とわかる。

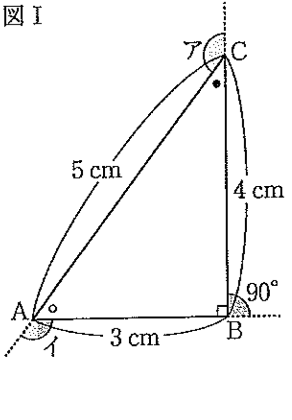
(4)　光さんの休憩時間が，10.5－４×２＝2.5(分)，聖さんの休憩時間が，2.5＋2.5＝５(分)であることと，(1)～(3)でわかったことから，聖さんと光さんの進行のようすをグラフに表すと，右の図２のようになる(横軸は８時からの時間を表す)。ここで，聖さんと光さんの速さをそれぞれ毎分２，３とすると，AB間の距離は，２×12＝24となる。また，ア＝３×(20－18)＝６だから，イ＝24－６＝18となり，ウ＝18÷(２＋３)＝3.6(分)と求められる。これは，60×0.6＝36より，３分36秒なので，光さんが学さんとすれ違ってから聖さんとすれ違うまでの時間と一致する。つまり，光さんが学さんとすれ違った時刻は８時20分なので，学さんの進行のようすは図の太点線のようになる。さらに，エ＝２×(10.5－３)＝15だから，学さんは，20－10.5＝9.5(分)で，15－６＝９進んだことがわかる。よって，学さんの速さは毎分，$9 \div 9.5=\frac{18}{19}$だから，学さんがBC間を進むのにかかった時間は，$(24-15)\div\frac{18}{19}$＝9.5(分)と求められる。したがって，学さんがＢ地点を出発した時刻は，８時10.5分－9.5分＝８時１分である。

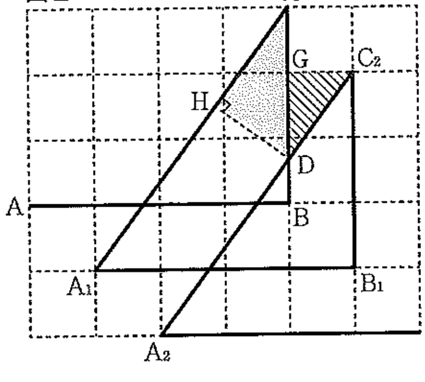
図２


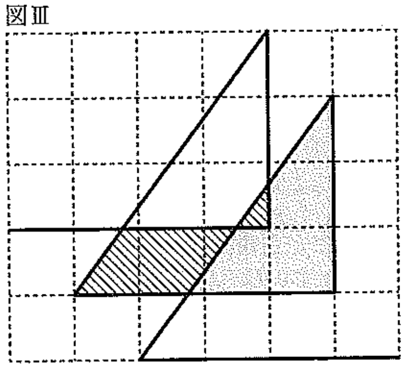
４　**平面図形―角度，相似，図形と規則**

(1)　下の図Ｉで，●＋○＝180－90＝90(度)だから，ア＋イ＝(180－●)＋(180－○)＝180＋180－(●＋○)＝360－90＝270(度)とわかる。

(2)　１辺の長さが１cmの方眼上に表すと，下の図Ⅱのようになる。図Ｉの三角形は３つの辺の長さの比が３：４：５の直角三角形なので，これと相似な三角形の３つの辺の長さの比も３：４：５になる。よって，斜線をつけた三角形に注目すると，GD＝$1\times\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$(cm)とわかるから，BD＝$2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$(cm)と求められる。

図Ｉ


図Ⅱ


図Ⅲ


(3)　図Ⅱで，ＤからC_1A_1と直角に交わる線DHを引くと，DHの長さが求める長さになる。かげをつけた三角形に注目すると，$DC_1=3-\frac{2}{3}=\frac{7}{3}$(cm)なので，$DH=\frac{7}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}$(cm)と求めら

れる。

(4)　4 cm→ 3 cm→ 5 cmの順に移動することを１周期とすると，１周期で移動する長さは，4＋3＋5＝12(cm)だから，2021÷12＝168余り5より，移動した長さが2021cmになるのは，168周期とさらに5cm移動したときとわかる。次に，周期が１つ増えるとき，上の図Ⅲのかげをつけた部分と斜線をつけた部分が新しくできるので，周期が１つ増えるごとに，分かれる部分の個数は3個ずつ増える。また，最初の周期(A→B→C_1→A_1)のとき，分かれる部分の個数は2個である。よって，168周期のときの分かれる部分の個数は，2＋3×(168－1)＝503(個)と求められる。さらに，最後に5cm移動しても，新しくできる部分はない。したがって，2021cm移動したときに分かれる部分の個数は503個である。

5　立体図形―分割，体積，面積

(1)　下の図１のように，辺FGの真ん中の点をK，辺EHの真ん中の点をLとする。はじめに，立方体ABCD－EFGHを，3点A，N，Eを通る平面と3点M，C，Gを通る平面で切断すると，四角形ANKEと四角形MCGLが切断面となり，底面が四角形GLEKで高さが6cmの四角柱Yができる。次に，立方体ABCD－EFGHを，3点B，D，Gを通る平面で切断すると，四角柱Yについては四角形QSGRが切断面となる。辺AMを含む立体Xは，四角柱Yからかげをつけた立体を取り除いてできる立体(下の図２)であり，四角形AQRM，四角形QSGR，三角形SKG，四角形GLEK，四角形AELM，五角形AQSKE，四角形RGLMの7個の面がある。

図１

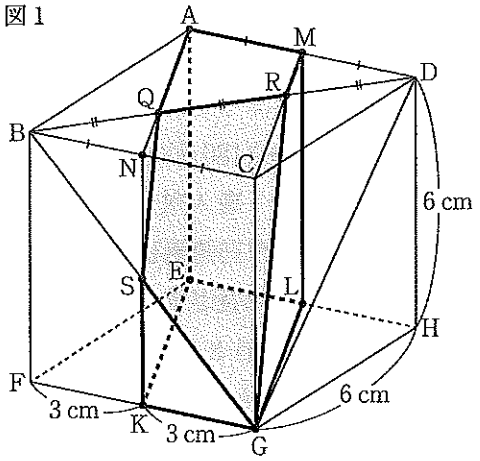


図２

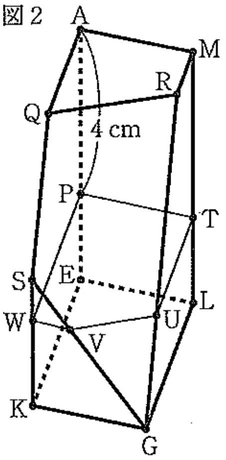
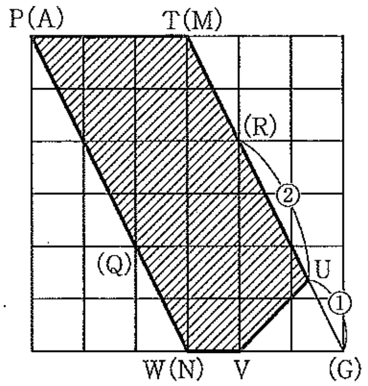


図３



(2)　四角形GLEKの面積は，3×6＝18(cm^2)なので，四角柱Yの体積は，18×6＝108(cm^3)とわかる。また，かげをつけた立体は，三角すいG－RBCから三角すいS－QBNを取り除いたものである。ここで，この2つの三角すいは相似であり，相似比は2：1なので，体積の比は，(2×2×2)：(1×1×1)＝8：1となる。よって，かげをつけた立体の体積は，三角すいG－RBCの体積の，$\frac{8-1}{8}=\frac{7}{8}$(倍)とわかる。さらに，三角形RBCの面積は，$6\times6\div2\times\frac{2}{3}=12$($cm^2$)だから，三角すいG－RBCの体積は，12×6÷3＝24(cm^3)と求められる。したがって，かげをつけた立体の体積は，$24\times\frac{7}{8}=21$(cm^3)なので，立体Xの体積は，108－21＝87(cm^3)となる。

(3)　切り口は図２の五角形PTUVWになる。図２で，PE＝6－4＝2(cm)だから，TL＝WK＝2cmとなる。また，AP：PE＝4：2＝2：1なので，MT：TL＝RU：UG＝2：1とわかる。さらに，三角形SKGは直角二等辺三角形だから，三角形SWVも直角二等辺三角形になり，WV＝SW＝3－2＝1(cm)と求められる。よって，切り口は上の図３の斜線部分になる。図３で，四角形

PW(G)Tの面積は，$3 \times 6 = 18$(cm^2)である。また，三角形(R)V(G)の面積は，$2 \times 4 \div 2 = 4$(cm^2)なので，三角形UV(G)の面積は，$4 \times \frac{1}{1+2} = \frac{4}{3}$(cm^2)とわかる。したがって，切り口の面積は，$18 - \frac{4}{3} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$(cm^2)と求められる。