

9 高次方程式

テキスト P.46 ~ 51

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の方程式を解け。 [各10点×3]

(1) $x^4 - 81 = 0$

(2) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

(3) $x^3 + x + 2 = 0$

2 次の方程式の解 α は何重解であるか答えよ。 [各5点×2]

(1) $(x-1)^2(x+2) = 0, \alpha = 1$

(2) $x^3(x+1) = 0, \alpha = 0$

3 w を1の3乗根の虚数のものの1つとすると、次の式の値をできるだけ簡単な w の式で表せ。 [各5点×2]

(1) w^{13}

(2) $w^{20} + w^{10} + 1$

9 高次方程式

テキスト P.48 ~ 51

クラス

氏名

得点

/50

1 次の方程式を解け。

[各10点×3]

(1) $x^4 - 81 = 0$

$x = \pm 3, \pm 3i$

(2) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

$x = \pm 2, \pm i$

(3) $x^3 + x + 2 = 0$

$x = -1, \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

2 次の方程式の解 α は何重解であるか答えよ。

[各5点×2]

(1) $\underbrace{(x-1)^2}(x+2) = 0, \alpha = 1$

2重解

(2) $\underbrace{x^3}(x+1) = 0, \alpha = 0$

3重解

3 w を1の3乗根の虚数のものの1つとすると、次の式の値をできるだけ簡単な w の式で表せ。

[各5点×2]

(1) w^{13}

w

(2) $w^{20} + w^{10} + 1$

0

①

(1) $x^4 - 81 = 0$

$(x^2 + 9)(x^2 - 9) = 0$

$\therefore x^2 + 9 = 0, x^2 - 9 = 0$

$\therefore x^2 = -9 \text{ 或 } x = \pm 3i$

$\therefore x^2 = 9 \text{ 或 } x = \pm 3$

(2) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$

$x^2 = 4, x^2 = -1$

$\therefore x^2 = 4 \text{ 或 } x = \pm 2$

$\therefore x^2 = -1 \text{ 或 } x = \pm i$

(3) $x^3 + x + 2 = 0$

$P(x) = x^3 + x + 2$ とする

$P(-1) = -1 - 1 + 2 = 0$ 或

$P(x)$ は $x+1$ で割り切れるとわかる。

$\therefore P(x) = (x+1)(x^2 - x + 2)$ と表せる。

よって $x^3 + x + 2 = 0$ は

$(x+1)(x^2 - x + 2) = 0$

$\therefore x+1 = 0 \text{ 或 } x = -1$

$\therefore x^2 - x + 2 = 0 \text{ 或 } x = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

③ $x^3 = 1$

$x^3 - 1 = 0$

$(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$ 或

w は $x^2 + x + 1 = 0$ の解である。

よって

$w^3 = 1$ ($\because x^3 = 1$ の解)

$w^2 = -w - 1$ ($\because x^2 + x + 1 = 0$ の解)

(1) w^{13}

$= (w^3)^4 \times w$

$= 1 \times w$

$= w$

(2) $w^{20} + w^{10} + 1$

$= (w^3)^6 \cdot w^2 + (w^3)^3 \cdot w + 1$

$= w^2 + w + 1$

$= (-w-1) + w + 1$

$= 0$