

10 恒等式

テキスト P.52 ~ 57

クラス	氏 名	得 点
		/50

1 $f(x)=2x^3+3x^2-3x-1$ とする。次の x の値を代入したときの $f(x)$ の値を求めよ。 [各5点×2]

(1) $x = -1$

(2) $x = a$

2 次の等式が x についての恒等式になるように、定数 a , b , c の値を定めよ。 [各10点×4]

(1) $2x^2+bx-5=ax^2-x+c$

(2) $a(x-1)^2+bx(x+1)+c(x+1)=2x^2-3x+7$

(3) $2x^2+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

(4) $\frac{3x-1}{(x+1)(x-3)}=\frac{a}{x+1}+\frac{b}{x-3}$

- 1 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ とする。次の x の値を代入したときの $f(x)$ の値を求めよ。 [各5点×2]

(1) $x = -1$ $f(-1) = -2 + 3 + 3 - 1$
 $= 3$

(2) $x = a$ $f(a) = 2a^3 + 3a^2 - 3a - 1$

- 2 次の等式が x についての恒等式になるように、定数 a, b, c の値を定めよ。 [各10点×4]

(1) $2x^2 + bx - 5 = ax^2 - x + c$
係数を比較して

$\begin{cases} 2 = a \\ b = -1 \\ c = -5 \end{cases}$

(2) $a(x-1)^2 + bx(x+1) + c(x+1) = 2x^2 - 3x + 7$

(3) $2x^2 + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$

別解: $x=1$ としても成り立つので
 $3 = c$... ①
同様に $x=0$ としても成り立つので
 $1 = a - b + c$... ②

(4) $\frac{3x-1}{(x+1)(x-3)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-3}$

$x = -1$ として
 $3 = 4a - 2b + c$... ③
①②③より
 $a = 2, b = 4, c = 3$

$a = 2, b = 4, c = 3$

このとき 5 式の右辺
 $= 2(x-1)^2 + 4(x-1) + 3$
 $= 2x^2 + 1$ となる。 $x=7$ の恒等式であると言える。
 $a = 1, b = 2$ 必要!!

(2) 左辺
 $= (a+b)x^2 + (-2a+b+c)x + (a+c)$ となり
右辺と係数を比較する。

$\begin{cases} a+b=2 \dots ① \\ -2a+b+c=-3 \dots ② \\ a+c=7 \dots ③ \end{cases}$	$\begin{cases} ② - ① \times 2: -3a+b+c=-7 \\ ③ - ①: -a+c=5 \end{cases}$	$\begin{cases} ①: a+b=2 \\ ④: -3a+b=-10 \\ 4a=12 \\ a=3 \\ ①より b=-1 \\ ③より c=4 \end{cases}$
--	---	---

(3) 右辺
 $= ax^2 + (-2a+b)x + (a-b+c)$ となり
左辺と係数を比較する。

$\begin{cases} a=2 \\ -2a+b=0 \\ a-b+c=1 \end{cases}$ これを解いて
 $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=3 \end{cases}$

(※ 別解あり)

(4) 両辺に $(x+1)(x-3)$ をかけ分母を払う。

$3x-1 = a(x-3) + b(x+1)$
これが $x=7$ の恒等式であるから良い。

右辺
 $= (a+b)x + (-3a+b)$ となり
左辺と係数を比較して
 $\begin{cases} a+b=3 \\ -3a+b=-1 \end{cases}$ これを解いて
 $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

※ これも (2), (3) 同様に $x=3$ や $x=-1$ などを代入して a, b を求めると良い。

(2) 別解

この等式は $x=1$ としても成り立つので
 $2a+2c=6$
 $a+c=3$... ①
同様に $x=-1$ としても成り立つので
 $4a=2+3+7$
 $4a=12$... ②
同様に $x=0$ としても成り立つので
 $a+c=7$... ③
①, ②, ③より $\begin{cases} a=3 \\ b=-1 \\ c=4 \end{cases}$

ここで $a=3, b=-1, c=4$ のとき
5 式の左辺
 $= 3(x-1)^2 - x(x+1) + 4(x+1)$
 $= 2x^2 - 3x + 7$ になる。
これは $x=7$ の恒等式であると言える。

この解法の場合、記述が煩雑ではあるが、必要になるので注意!!