3月31日実施　Y10数学　確認テスト

多項式の計算・因数分解

氏 名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得 点＿＿＿＿ / 5

1 次の式を展開せよ.　[各5点×4]

(1) $(x+2)^3$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $(3a-2b)^3$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) $(x+1)(x^2-x+1)$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(4) $(4x-3y)(16x^3+12xy+9y^2)$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2 次の因数分解をせよ.　[各5点×3]

(1) x^3+125

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) x^3-8

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) $27x^3-64y^3$

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

3 次の問に答えよ.　[各5点×3]

(1) 二項定理を用いて，$(2a-1)^5$を展開せよ.

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) $(a+b)^{10}$の展開式のa^7b^3の項の係数を求めよ.

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(3) $(X+Y+Z)^4$の展開式のXYZ^2の項の係数を求めよ.

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2 整式の除法，分数式とその計算

テキスト P.10～17

クラス	氏名	得点
		／50

1 次の計算をして，商と余りを求めよ．　［各5点×2］

(1) $(x^2-3x+1)\div(x+2)$

(2) $(x^3-4x^2-x)\div(x-3)$

2 次の問に答えよ．　［各10点×2］

(1) x の整式 A を x^2+x-5 で割ると，商が $2x+1$，余りが 3 である．A を求めよ．

(2) 整式 $A=x^3+5x+1$ を整式 B で割ると，商が $x-1$，余りが $4x+3$ である．B を求めよ．

3 次の式を計算せよ．　［各5点×2］

(1) $\dfrac{y^2}{2x^3}\div\dfrac{y}{6x^2}$

(2) $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}\times\dfrac{x-1}{x-3}$

4 次の式を計算せよ．　［各5点×2］

(1) $\dfrac{3x-5}{x-1}+\dfrac{x+1}{x-1}$

(2) $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$

実施日▶　月　日

3 複素数，複素数の計算

テキスト P.18 ~ 25

クラス	氏名	得点
		／50

$\boxed{1}$ **次の問に答えよ.** ［各5点×5］

(1) -18の平方根を求めよ.

(2) $\sqrt{-5}\sqrt{-3}$ を簡単にせよ.

(3) 複素数 $4-i$ の実部および虚部を求めよ.

(4) $(3x-1)+(y+3)i=5+2i$ となる実数x, yを求めよ.

(5) $7+2i$ の共役複素数を求めよ.

$\boxed{2}$ **次の式を計算せよ.** ［各5点×5］

(1) $(5+i)-(3-2i)$

(2) $(2-i)(4+7i)$

(3) $(\sqrt{-2}+i)(\sqrt{-2}-i)$

(4) $(3-i)^2-(1+i)(2-3i)$

(5) $\dfrac{3-i}{1+i}$

実施日▶　　月　　日

4 2次方程式と判別式

テキスト P.26 ~ 29

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の2次方程式を解の公式で解け．　[各5点×2]

(1) $x^2-x+3=0$

(2) $2x^2+3x+2=0$

2 次の2次方程式の解を判別せよ．　[各5点×3]

(1) $2x^2-5x+1=0$

(2) $3x^2-9x+7=0$

(3) $9x^2-12x+4=0$

3 次の問に答えよ．　[各10点×2]

(1) 2次方程式 $x^2+ax+a+3=0$ が虚数解をもつとき，実数 a の値の範囲を求めよ．

(2) 2次方程式 $4x^2+(a-1)x+1=0$ が重解をもつとき，実数 a の値を求めよ．

4 2次方程式 $x^2-4x+8=0$ を，1次の係数が偶数の場合の解の公式を用いて解け．　[5点]

実施日▶　　月　　日

5 解と係数の関係

テキスト P.30 ~ 33

クラス	氏名	得点
		/50

[1] 次の２次方程式の２つの解をα，βとするとき，$\alpha+\beta$，$\alpha\beta$の値を求めよ．
〔各5点×2〕

(1) $x^2+4x+5=0$

(2) $3x^2-x+6=0$

[2] ２次方程式 $2x^2+3x+4=0$ の２つの解をα，βとするとき，次の値を求めよ．
〔各10点×2〕

(1) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$

(2) $\alpha^2+\beta^2$

[3] 次の２数を解にもつ２次方程式を１つ求めよ．
〔各5点×2〕

(1) $3+\sqrt{2}$，$3-\sqrt{2}$

(2) $-1+3i$，$-1-3i$

[4] ２次方程式 $x^2-3x-8=0$ の２つの解をα，βとおくとき，$\alpha+1$，$\beta+1$を２つの解とする２次方程式を１つ求めよ．
〔10点〕

7 剰余の定理・因数定理

テキスト P.38 ~ 41

クラス　氏名　得点　／50

[1] 次の整式の割り算をして，商および余りを求めよ．　［各5点×2］

(1) $(6x^3-2x-1)\div(x^2+x-1)$

(2) $(2x^3-13x^2+19x+8)\div(x^2-4x-1)$

[2] 整式$A(x)$を整式$P(x)$で割ったときの商が$Q(x)$で余りが$R(x)$であるとき，$A(x)=P(x)Q(x)+R(x)$…①が成り立つ．次の式を〔　〕内の式で割ったときの商と余りを求め，①の形に表せ．　［各10点×2］

(1) x^3-x-1　〔x^2-x-2〕

(2) $2x^3+x^2-1$　〔x^2-1〕

[3] 剰余の定理を利用して，整式 x^3+3x^2-1 を次の式で割ったときの余りを求めよ．　［各5点×2］

(1) $x-1$

(2) $x+3$

[4] $P(x)=2x^3-7x^2+2x+3$ とする．次の整式が整式$P(x)$の因数になるかどうか，因数定理を用いて調べよ．　［各5点×2］

(1) $x-1$

(2) $x+1$

実施日▶　　月　　日

8 剰余の定理・因数定理の応用

テキスト P.42 ~ 45

クラス	氏名	得点
		／50

1 次の問に答えよ．　［各10点×2］

(1) 整式 $P(x)=x^3-2x+a$ が整式 $x-1$ で割り切れるとき，定数aの値を求めよ．

(2) 整式 $P(x)=x^3+ax^2+x+b$ が整式 $x-1$，整式 $x+2$ でそれぞれ割り切れるとき，定数a，bの値を求めよ．

2 整式 $P(x)$を整式 $x-1$ で割った余りは5，整式 $x+2$ で割った余りは-1であるとき，$P(x)$を$(x-1)(x+2)$で割ったときの余りを求めよ．　［10点］

3 因数定理を利用して，x^3-2x^2-5x+6 を因数分解せよ．　［10点］

4 $(x^3-3x^2+4x-4)\div(x-1)$ を組立除法によって計算し，結果を $A(x)=P(x)Q(x)+R(x)$ の形に表せ．　［10点］

9 高次方程式

テキスト P.46 ~ 51

クラス	氏名	得点
		／50

1　次の方程式を解け．　［各10点×3］

(1)　$x^4-81=0$

(2)　$x^4-3x^2-4=0$

(3)　$x^3+x+2=0$

2　次の方程式の解 α は何重解であるか答えよ．　［各5点×2］

(1)　$(x-1)^2(x+2)=0,\quad \alpha=1$

(2)　$x^3(x+1)=0,\quad \alpha=0$

3　w を1の3乗根の虚数のものの1つとするとき，次の式の値をできるだけ簡単な w の式で表せ．　［各5点×2］

(1)　w^{13}

(2)　$w^{20}+w^{10}+1$

実施日▶　　月　　日

10 恒等式

テキスト P.52 ~ 57

クラス	氏名	得点
		／50

1　$f(x)=2x^3+3x^2-3x-1$ とする．次の x の値を代入したときの $f(x)$ の値を求めよ．［各5点×2］

(1)　$x=-1$

(2)　$x=a$

2　次の等式が x についての恒等式になるように，定数 a，b，c の値を定めよ．［各10点×4］

(1)　$2x^2+bx-5=ax^2-x+c$

(2)　$a(x-1)^2+bx(x+1)+c(x+1)=2x^2-3x+7$

(3)　$2x^2+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

(4)　$\dfrac{3x-1}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{x-3}$

実施日▶　月　日

11 等式の証明

テキスト P.58 ~ 61

クラス	氏名	得点
		／50

1 次の等式を証明せよ． ［各10点×2］

(1) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

(2) $(a^2-b^2)(x^2-y^2)=(ax-by)^2-(ay-bx)^2$

2 $a+b+c=0$ のとき，次の等式を証明せよ． ［10点］

$a^2-2bc=b^2+c^2$

3 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ のとき，次の等式を証明せよ． ［10点］

$(a+b)(c-d)=(a-b)(c+d)$

4 a，b，c が $a:b:c=2:3:4$，$a+b+c=18$ をみたすとき，$a^2+b^2+c^2$ の値を求めよ． ［10点］

多項式の計算・因数分解

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得点＿＿＿＿/50

1 次の式を展開せよ．　［各5点×4］

(1) $(x+2)^3$

$= x^3+6x^2+12x+8$

$x^3+6x^2+12x+8$

(2) $(3a-2b)^3$

$= 27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$

$27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$

(3) $(x+1)(x^2-x+1)$

$= x^3+1$

x^3+1

(4) $(4x-3y)\underbrace{(16x^2+12xy+9y^2)}$ $(4x)^2+4x\cdot 3y+(3y)^2$ と見る

$= 64x^3-27y^3$

$64x^3-27y^3$

2 次の因数分解をせよ．　［各5点×3］

(1) x^3+125

$=(x+5)(x^2-5x+25)$

$(x+5)(x^2-5x+25)$

(2) x^3-8

$=(x-2)(x^2+2x+4)$

$(x-2)(x^2+2x+4)$

(3) $27x^3-64y^3$

$=(3x-4y)(9x^2+12xy+16y^2)$

$(3x-4y)(9x^2+12xy+16y^2)$

3 次の問に答えよ．　［各5点×3］

(1) 二項定理を用いて，$(2a-1)^5$を展開せよ．

$\overset{1}{{}_5C_0}(2a)^5+\overset{5}{{}_5C_1}(2a)^4(-1)+\overset{10}{{}_5C_2}(2a)^3(-1)^2+\overset{10}{{}_5C_3}(2a)^2(-1)^3+\overset{5}{{}_5C_4}(2a)(-1)^4+\overset{1}{{}_5C_5}(-1)^5$

$= 32a^5-80a^4+80a^3-40a^2+10a-1$

(2) $(a+b)^{10}$の展開式のa^7b^3の項の係数を求めよ．

4番目の項，${}_{10}C_3a^7b^3$より

${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120$

120

(3) $(X+Y+Z)^4$の展開式のXYZ^2の項の係数を求めよ．

$=\{(X+Y)+Z\}^4$ と考える　$=XY\times Z^2$ と見ると

$={}_4C_0(X+Y)^4+{}_4C_1(X+Y)^3Z+\boxed{{}_4C_2(X+Y)^2Z^2}+{}_4C_3(X+Y)Z^3+\cdots$

この中にXYZ^2の項はある

ここで

$(X+Y)^2$の中からXYの項になるのは

${}_2C_1XY$

$=2XY$ なのでその項だけ考えると

${}_4C_2\times 2XY\times Z^2$

$=\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\times 2XYZ^2$

$=12XYZ^2$

よって 12

12

実施日▶　　月　　日

2 整式の除法，分数式とその計算

テキストP.10～17

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の計算をして，商と余りを求めよ．［各5点×2］

(1) $(x^2-3x+1)\div(x+2)$

$x-5$　余り -11

(2) $(x^3-4x^2-x)\div(x-3)$

x^2-x-4　余り -12

2 次の問に答えよ．［各10点×2］

(1) x の整式 A を x^2+x-5 で割ると，商が $2x+1$，余りが3である．A を求めよ．

$2x^3+3x^2-9x-2$

(2) 整式 $A=x^3+5x+1$ を整式 B で割ると，商が $x-1$，余りが $4x+3$ である．B を求めよ．

x^2+x+2

3 次の式を計算せよ．［各5点×2］

(1) $\dfrac{y^2}{2x^3}\div\dfrac{y}{6x^2}=\dfrac{y^2\times \cancel{6}^{3}x^2}{\cancel{2}x^3\times y}=\dfrac{3y}{x}$

$\dfrac{3y}{x}$

(2) $\dfrac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}\times\dfrac{x-1}{x-3}$

$=\dfrac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)}\times\dfrac{x-1}{x-3}=\dfrac{x+3}{x-3}$

$\dfrac{x+3}{x-3}$

4 次の式を計算せよ．［各5点×2］

(1) $\dfrac{3x-5}{x-1}+\dfrac{x+1}{x-1}=\dfrac{3x-5+x+1}{x-1}=\dfrac{4x-4}{x-1}=\dfrac{4(x-1)}{x-1}=4$

4

(2) $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{x+4}{x^2-x-2}$

$=\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{x+4}{(x-2)(x+1)}$

$=\dfrac{x(x+1)-(x+4)}{(x-2)(x+1)}$

$=\dfrac{x^2-4}{(x-2)(x+1)}$

$=\dfrac{(x+2)(\cancel{x-2})}{(\cancel{x-2})(x+1)}=\dfrac{x+2}{x+1}$

$\dfrac{x+2}{x+1}$

1

(1)
$$\begin{array}{r} x-5 \\ x+2\,\overline{)\,x^2-3x+1} \\ x^2+2x \\ \hline -5x+1 \\ -5x-10 \\ \hline -11 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} x^2-x-4 \\ x-3\,\overline{)\,x^3-4x^2-x} \\ x^3-3x^2 \\ \hline -x^2-x \\ -x^2+3x \\ \hline -4x \\ -4x+12 \\ \hline -12 \end{array}$$

2

(1) $A=(x^2+x-5)(2x+1)+3$

$=2x^3+x^2+2x^2+x-10x-5+3$

$=2x^3+3x^2-9x-2$

(2) $x^3+5x+1-(4x+3)$

$=x^3+x-2$ より

$(x^3+x-2)\div(x-1)$

$=x^2+x+2$

$A=B(x-1)+(4x+3)$

$B(x-1)=A-(4x+3)$

$B=\{A-(4x+3)\}\div(x-1)$

$$\begin{array}{r} x^2+x+2 \\ x-1\,\overline{)\,x^3+\quad+x-2} \\ x^3-x^2 \\ \hline x^2+x \\ x^2-x \\ \hline 2x-2 \\ 2x-2 \\ \hline 0 \end{array}$$

実施日▶　月　日

3 複素数，複素数の計算

テキスト P.18～25

クラス	氏名	得点
		/50

[1] 次の問に答えよ。 [各5点×5]

(1) -18の平方根を求めよ。

$\pm 3\sqrt{2}i$

答 $\pm 3\sqrt{2}i$

(2) $\sqrt{-5}\sqrt{-3}$ を簡単にせよ。

$=\sqrt{5}i\times\sqrt{3}i$

$=\sqrt{15}i^2=-\sqrt{15}$

答 $-\sqrt{15}$

(3) 複素数 $4-i$ の実部および虚部を求めよ。

答 実部4，虚部-1

(4) $(3x-1)+(y+3)i=5+2i$ となる実数x，yを求めよ。

$\begin{cases} 3x-1=5 \\ y+3=2 \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

答 $x=2, y=-1$

(5) $7+2i$ の共役複素数を求めよ。

答 $7-2i$

[2] 次の式を計算せよ。 [各5点×5]

(1) $(5+i)-(3-2i)$

$=2+3i$

答 $2+3i$

(2) $(2-i)(4+7i)$

$=8+10i-7i^2$

$=8+10i+7=15+10i$

答 $15+10i$

(3) $(\sqrt{-2}+i)(\sqrt{-2}-i)$

$=(\sqrt{2}i+i)(\sqrt{2}i-i)$

$=2i^2-i^2=i^2=-1$

答 -1

(4) $(3-i)^2-(1+i)(2-3i)$

$=(9-6i+i^2)-(2-i-3i^2)$

$=(8-6i)-(5-i)$

$=3-5i$

答 $3-5i$

(5) $\dfrac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{3-4i+i^2}{1-i^2}$

$=\dfrac{3-4i-1}{2}$

$=\dfrac{2-4i}{2}$

$=1-2i$

答 $2-2i$

4 2次方程式と判別式

テキストP.26～29

クラス	氏名	得点
		／50

[1] 次の2次方程式を解の公式で解け。　[各5点×2]

(1) $x^2-x+3=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{1-12}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{11}i}{2}$

$x=\frac{1\pm\sqrt{11}i}{2}$

(2) $2x^2+3x+2=0$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-16}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{4}$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{7}i}{4}$

[2] 次の2次方程式の解を判別せよ。　[各5点×3]

(1) $2x^2-5x+1=0$

判別式 $D=25-8>0$

2つの異なる実数解

(2) $3x^2-9x+7=0$

判別式 $D=81-84<0$

2つの異なる虚数解

(3) $9x^2-12x+4=0$

判別式 $D/4=36-36=0$

1つのみの実数解（重解）

[3] 次の問に答えよ。　[各10点×2]

(1) 2次方程式 $x^2+ax+a+3=0$ が虚数解をもつとき，実数 a の値の範囲を求めよ。

判別式 $D=a^2-4(a+3)<0$ となれば良い。

$a^2-4a-12<0$

$(a-6)(a+2)<0$

$-2<a<6$

$-2<a<6$

(2) 2次方程式 $4x^2+(a-1)x+1=0$ が重解をもつとき，実数 a の値を求めよ。

判別式 $D=(a-1)^2-16=0$

$(a-1)^2=16$

$a-1=\pm4$

$a=1\pm4$

$a=5,-3$

$a=5,-3$

[4] 2次方程式 $x^2-4x+8=0$ を，1次の係数が偶数の場合の解の公式を用いて解け。　[5点]

$x=\frac{2\pm\sqrt{4-8}}{1}$

$=2\pm2i$

$x=2\pm2i$

5 解と係数の関係

テキストP.30～33

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の2次方程式の2つの解をα，βとするとき，$\alpha+\beta$，$\alpha\beta$の値を求めよ．［各5点×2］

(1) $x^2+4x+5=0$

$\alpha+\beta=-4,\ \alpha\beta=5$

(2) $3x^2-x+6=0$

$\alpha+\beta=\frac{1}{3},\ \alpha\beta=2$

2 2次方程式 $2x^2+3x+4=0$ の2つの解をα，βとするとき，次の値を求めよ．［各10点×2］

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

$-\frac{3}{4}$

(2) $\alpha^2+\beta^2$

$-\frac{7}{4}$

3 次の2数を解にもつ2次方程式を1つ求めよ．［各5点×2］

x^2の係数が1のものを求めると，求めやすい．

(1) $3+\sqrt{2}$，$3-\sqrt{2}$

$x^2-6x+7=0$

(2) $-1+3i$，$-1-3i$

$x^2+2x+10=0$

4 2次方程式 $x^2-3x-8=0$ の2つの解をα，βとおくとき，$\alpha+1$，$\beta+1$を2つの解とする2次方程式を1つ求めよ．［10点］

$x^2-5x-4=0$

x^2の係数が1のものを求めると求めやすい。

1 (1) $\alpha+\beta=-\frac{4}{1}=-4$

$\alpha\beta=\frac{5}{1}=5$

(2) $\alpha+\beta=-\frac{-1}{3}=\frac{1}{3}$

$\alpha\beta=\frac{6}{3}=2$

2 $\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=-\frac{3}{2}\\ \alpha\beta=2\end{array}\right)$ となる。

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

$=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{-\frac{3}{2}\times2}{2}$

$=-\frac{3}{4}$

(2) $\alpha^2+\beta^2$

$=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-\frac{3}{2})^2-2\times2$

$=\frac{9}{4}-4$

$=\frac{9-16}{4}$

$=-\frac{7}{4}$

3

(1) 2解の和$=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

の積$=(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

$=9-2$

$=7$ より

$x^2-6x+7=0$

(2) 2解の和$=(-1+3i)+(-1-3i)$

$=-2$

の積$=(-1+3i)(-1-3i)$

$=1-9i^2$

$=1+9$

$=10$ より

$x^2+2x+10=0$

4 $\left.\begin{array}{l}\alpha+\beta=-\frac{-3}{1}=3\\ \alpha\beta=\frac{-8}{1}=-8\end{array}\right)$ とわかる。

求める方程式について

2解の和$=(\alpha+1)+(\beta+1)$

$=\alpha+\beta+2$

$=3+2$

$=5$

2解の積$=(\alpha+1)(\beta+1)$

$=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$

$=3-8+1$

$=-4$

よって求める方程式は

$x^2-5x-4=0$

7 剰余の定理・因数定理

テキストP.38～41

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の整式の割り算をして，商および余りを求めよ．［各5点×2］

(1) $(6x^3-2x-1)\div(x^2+x-1)$

商 $6x-6$　余り $10x-7$

(2) $(2x^3-13x^2+19x+8)\div(x^2-4x-1)$

商 $2x-5$　余り $x+3$

2 整式 $A(x)$ を整式 $P(x)$ で割ったときの商が $Q(x)$ で余りが $R(x)$ であるとき，$A(x)=P(x)Q(x)+R(x)$ …①が成り立つ．次の式を〔　〕内の式で割ったときの商と余りを求め，①の形に表せ．［各10点×2］

(1) x^3-x-1　〔x^2-x-2〕

$x^3-x-1=(x^2-x-2)(x+1)+2x+1$

(2) $2x^3+x^2-1$　〔x^2-1〕

$2x^3+x^2-1=(x^2-1)(2x+1)+2x$

3 剰余の定理を利用して，整式 x^3+3x^2-1 を次の式で割ったときの余りを求めよ．［各5点×2］

(1) $x-1$

3

(2) $x+3$

-1

4 $P(x)=2x^3-7x^2+2x+3$ とする．次の整式が整式 $P(x)$ の因数になるかどうか，因数定理を用いて調べよ．［各5点×2］

(1) $x-1$

因数になる．

(2) $x+1$

因数にならない．

1

(1) $x^2+x-1 \overline{)\,6x^3+0-2x-1}$ 　商 $6x-6$

$-\underline{)\,6x^3+6x^2-6x}$

$-6x^2+4x-1$

$-\underline{)\,-6x^2-6x+6}$

$10x-7$

(2) $x^2-4x-1 \overline{)\,2x^3-13x^2+19x+8}$ 　商 $2x-5$

$-\underline{)\,2x^3-8x^2-2x}$

$-5x^2+21x+8$

$-\underline{)\,-5x^2+20x+5}$

$x+3$

2

(1) $x^2-x-2 \overline{)\,x^3+0-x-1}$ 　商 $x+1$

$-\underline{)\,x^3-x^2-2x}$

x^2+x-1

$-\underline{)\,x^2-x-2}$

$2x+1$

(2) $x^2+0-1 \overline{)\,2x^3+x^2+0-1}$ 　商 $2x+1$

$-\underline{)\,2x^3\quad-2x}$

x^2+2x-1

$-\underline{)\,x^2\quad-1}$

$2x$

3 $f(x)=x^3+3x^2-1$ とする

(1) $f(1)=1+3-1$
$=3$

(2) $f(-3)=-27+27-1$
$=-1$

4

(1) $P(1)=2-7+2+3$
$=0$ より

(2) $P(-1)=-2-7-2+3$
$=-8$ より

epis Education Centre Sydney School

実施日▶　　月　　日

8 剰余の定理・因数定理の応用

テキスト P.42～45

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の問に答えよ。 ［各10点×2］

(1) 整式 $P(x)=x^3-2x+a$ が整式 $x-1$ で割り切れるとき，定数aの値を求めよ．

1

(2) 整式 $P(x)=x^3+ax^2+x+b$ が整式 $x-1$，整式 $x+2$ でそれぞれ割り切れるとき，定数a，bの値を求めよ．

$a=4, b=-6$

2 整式 $P(x)$を整式 $x-1$ で割った余りは5，整式 $x+2$ で割った余りは-1であるとき，$P(x)$を$(x-1)(x+2)$で割ったときの余りを求めよ． ［10点］

$2x+3$

3 因数定理を利用して，x^3-2x^2-5x+6 を因数分解せよ． ［10点］

$(x-1)(x-3)(x+2)$

4 $(x^3-3x^2+4x-4)\div(x-1)$ を組立除法によって計算し，結果を $A(x)=P(x)Q(x)+R(x)$ の形に表せ． ［10点］

1	−3	4	−4	1
	1	−2	2	
1	−2	2	−2	

$x^3-3x^2+4x-4=(x-1)(x^2-2x+2)-2$

1 (1) 因数定理により
$P(1)=0$ となる。
$\therefore 1-2+a=0$
$a=1$

(2) 因数定理により
$P(1)=0$，$P(-2)=0$ となる。
$P(1)=1+a+1+b=0$ $\therefore a+b=-2$ …①
$P(-2)=-8+4a-2+b=0$ $\therefore 4a+b=10$ …②
①,②より $a=4$，$b=-6$

2 $P(1)=5$，$P(-2)=-1$
$P(x)$を$(x-1)(x+2)$で割った商を$A(x)$，余りをRとすると
Rは高々1次式なので $R=ax+b$ と表せる。すると，
$P(x)=(x-1)(x+2)A(x)+ax+b$ と表せる。
$P(1)=a+b=5$ …①
$P(-2)=-2a+b=-1$ …②
①②より $a=2$，$b=3$ より 余り$R=2x+3$

3 $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$とする
$P(1)=1-2-5+6=0$ より $P(x)$は$(x-1)$を因数に持つとわかる。
$P(x)$を$(x-1)$で割ると，商は x^2-x-6になるので
$P(x)=(x-1)(x^2-x-6)$
$=(x-1)(x-3)(x+2)$

1	−2	−5	6	1
	1	−1	−6	
1	−1	−6	0	

実施日▶　　月　　日

9 高次方程式

テキストP.46～51

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の方程式を解け．　［各10点×3］

(1) $x^4-81=0$

$x=\pm3, \pm3i$

(2) $x^4-3x^2-4=0$

$x=\pm2, \pm i$

(3) $x^3+x+2=0$

$x=-1, \frac{1\pm\sqrt{7}i}{2}$

2 次の方程式の解 α は何重解であるか答えよ．　［各5点×2］

(1) $(x-1)^2(x+2)=0$,　$\alpha=1$

2重解

(2) $x^3(x+1)=0$,　$\alpha=0$

3重解

3 w を1の3乗根の虚数のものの1つとするとき，次の式の値をできるだけ簡単な w の式で表せ．　［各5点×2］

(1) w^{13}

ω

(2) $w^{20}+w^{10}+1$

0

1

(1) $x^4-81=0$

$(x^2+9)(x^2-9)=0$

$\therefore x^2+9=0,\ x^2-9=0$

・$x^2=-9$ より $x=\pm3i$

・$x^2=9$ より $x=\pm3$

(2) $x^4-3x^2-4=0$

$(x^2-4)(x^2+1)=0$

$x^2=4,\ x^2=-1$

・$x^2=4$ より $x=\pm2$

・$x^2=-1$ より $x=\pm i$

(3) $x^3+x+2=0$

$P(x)=x^3+x+2$ とする

$P(-1)=-1-1+2=0$ より

$P(x)$ は，$x+1$ で割り切れるとわかる．

$\therefore P(x)=(x+1)(x^2-x+2)$ と表せる．

よって $x^3+x+2=0$ は

$(x+1)(x^2-x+2)=0$

・$x+1=0$ より $x=-1$

・$x^2-x+2=0$ より $x=\frac{1\pm\sqrt{1-8}}{2}$

$=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{2}$

$$\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & 1 & 2 & \underline{-1} \\ & -1 & 1 & -2 & \\ \hline 1 & -1 & 2 & \underline{0} & \end{array}$$

3　$x^3=1$

$x^3-1=0$

$(x-1)(x^2+x+1)=0$ より

ω は $x^2+x+1=0$ の解である．

これらのことから

$\omega^3=1$　($\because x^3=1$ の解)

$\omega^2=-\omega-1$　($\because x^2+x+1=0$ の解)

(1) ω^{13}

$=(\omega^3)^4\times\omega$

$=1\times\omega$

$=\omega$

(2) $\omega^{20}+\omega^{10}+1$

$=(\omega^3)^6\cdot\omega^2+(\omega^3)^3\cdot\omega+1$

$=\omega^2+\omega+1$

$=(-\omega-1)+\omega+1$

$=0$

10 恒等式

テキストP.52～57

クラス	氏名	得点
		/50

1 $f(x)=2x^3+3x^2-3x-1$ とする．次のxの値を代入したときの$f(x)$の値を求めよ． ［各5点×2］

(1) $x=-1$ $f(-1)=-2+3+3-1$
$=3$

答: 3

(2) $x=a$ $f(a)=2a^3+3a^2-3a-1$

答: $2a^3+3a^2-3a-1$

2 次の等式がxについての恒等式になるように，定数a，b，cの値を定めよ． ［各10点×4］

x以外の文字は定数と考える．

(1) $2x^2+bx-5=ax^2-x+c$

係数を比較して

$\begin{cases}2=a\\ b=-1\\ c=-5\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}a=2\\ b=-1\\ c=-5\end{cases}$

答: $a=2,\ b=-1,\ c=-5$

(2) $a(x-1)^2+bx(x+1)+c(x+1)=2x^2-3x+7$

答: $a=3,\ b=-1,\ c=4$

(3) $2x^2+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

別解 これは$x=1$でも成り立つので
$3=c$ ‥‥①
・同様に$x=0$で
$1=a-b+c$ ‥②

$x=-1$で
$3=4a-2b+c$ ‥③
①②③より
$a=2,\ b=4,\ c=3$

このとき与式の右辺
$=2(x-1)^2+4(x-1)+3$
$=2x^2+1$ となり，xについての恒等式であると言える。

答: $a=2,\ b=4,\ c=3$

(4) $\dfrac{3x-1}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{x-3}$

答: $a=1,\ b=2$

必要!!

---

2 (2) 左辺
$=(a+b)x^2+(-2a+b+c)x+(a+c)$ なので
右辺と係数を比較する。

$\begin{cases}a+b=2 & \cdots① \\ -2a+b+c=-3 & \cdots② \\ a+c=7 & \cdots③\end{cases}$

② $-2a+b+c=-3$
③ $-)\ a\quad\ \ +c=7$
$-3a+b=-10$ ‥④

① $a+b=2$
④ $-)\ -3a+b=-10$
$4a=12$
$a=3$
①より $b=-1$
③より $c=4$

(2) 別解
・この等式は$x=1$でも成り立つので
$2b+2c=6$
∴ $b+c=3$ ‥①
・同様に$x=-1$でも成り立つので
$4a=2+3+7$
$4a=12$ ‥②
・同様に$x=0$でも成り立つので
$a+c=7$ ‥③
①,②,③より $\begin{cases}a=3\\ b=-1\\ c=4\end{cases}$

ここで $a=3,\ b=-1,\ c=4$のとき
与式の左辺
$=3(x-1)^2-x(x+1)+4(x+1)$
$=2x^2-3x+7$ になるので
これはxについて恒等式で
あると言える。

この解法の場合記述答案ではこの内容が必要になるので注意!!

(3) 右辺
$=ax^2+(-2a+b)x+(a-b+c)$ より
左辺と係数を比較する。

$\begin{cases}a=2\\ -2a+b=0\\ a-b+c=1\end{cases}$ これを解いて $\begin{cases}a=2\\ b=4\\ c=3\end{cases}$

(※ 別解は左に)

(4) 両辺に $(x+1)(x-3)$ をかけて分母を払う。

$3x-1=a(x-3)+b(x+1)$
これがxについての恒等式であれば良い。
右辺
$=(a+b)x+(-3a+b)$ より
左辺と係数を比較して

$\begin{cases}a+b=3\\ -3a+b=-1\end{cases}$ これを解いて $\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$

※ これも(2),(3)同様に $x=3$ や $x=-1$を代入してa，bを求めても良い。

実施日▶　　月　　日

11 等式の証明

テキストP.58〜61

クラス	氏名	得点
		/50

1 次の等式を証明せよ．　［各10点×2］

(1) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

$(a+b)^2-\{(a-b)^2+4ab\}$
$=(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2+4ab)$
$=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2-4ab$
$=0$
よって $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

(2) $(a^2-b^2)(x^2-y^2)=(ax-by)^2-(ay-bx)^2$

左辺
$=(a+b)(a-b)(x+y)(x-y)$ …①
右辺
$=\{(ax-by)+(ay-bx)\}\{(ax-by)-(ay-bx)\}$
$=(ax+ay-bx-by)(ax-ay+bx-by)$
$=\{a(x+y)-b(x+y)\}\{a(x-y)+b(x-y)\}$
$=(x+y)(a-b)\cdot(x-y)(a+b)$
$=(a+b)(a-b)(x+y)(x-y)$ …②
①②より題意は示された．

2 $a+b+c=0$ のとき，次の等式を証明せよ．　［10点］

$a^2-2bc=b^2+c^2$

$(a^2-2bc)-(b^2+c^2)$
$=a^2-2bc-c^2-b^2$
$=a^2-(b^2+2bc+c^2)$
$=a^2-(b+c)^2$
（∵ $a+b+c=0$ より $b+c=-a$）
$=a^2-(-a)^2$
$=a^2-a^2$
$=0$
よって $a^2-2bc=b^2+c^2$

3 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ のとき，次の等式を証明せよ．　［10点］

$(a+b)(c-d)=(a-b)(c+d)$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ とすると
$a=bk$，$c=dk$ と表せる．

左辺
$=(bk+b)(dk-d)$
$=b(k+1)\cdot d(k-1)$
$=bd(k+1)(k-1)$ …①

右辺
$=(bk-b)(dk+d)$
$=b(k-1)\cdot d(k+1)$
$=bd(k+1)(k-1)$ …②

①，②より
左辺＝右辺 で
題意は示された．

4 a，b，c が $a:b:c=2:3:4$，$a+b+c=18$ をみたすとき，$a^2+b^2+c^2$ の値を求めよ．　［10点］

$a=2k$，$b=3k$，$c=4k$ と表せる．$(k\neq0)$

$a+b+c=18$ より
$2k+3k+4k=18$
$9k=18$
$k=2$

よって
$a=4$，$b=6$，$c=8$ より
$a^2+b^2+c^2$
$=16+36+64=116$

116

1 (1) 別解例

左辺
$=a^2+2ab+b^2$ …①
右辺
$=a^2-2ab+b^2+4ab$
$=a^2+2ab+b^2$ …②
①，②より 左辺＝右辺
よって題意は示された．

(2) 別解例

左辺
$=(ax)^2-(ay)^2-(bx)^2+(by)^2$ …①
右辺
$=(ax)^2-2ax\cdot by+(by)^2-(ay)^2+2ay\cdot bx-(bx)^2$
$=(ax)^2-(ay)^2-(bx)^2+(by)^2$ …②
①，②より 左辺＝右辺
よって題意は示された．

◎ 等式の証明の最重要注意事項は「等式のままで全体を示していかない」ことです。それを守れているかがカギです。

$\boxed{\text{不可な例}}$

1 (1)
$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$
$a^2+2ab+b^2=a^2-2ab+b^2+4ab$
$a^2+2ab+b^2=a^2+2ab+b^2$
よって示された

←「真である」と証明すべき主張なので，それが成り立つ前提に見える証明を書いてはいけません。

◎「A＝B」を証明すべき一般的な解法は2つ。どちらか楽にかけそうな方を選ぶこと。（基本，どちらでも書けます。）

（その1）左辺と右辺を別々に変形して，同じ式になることを示す．

左辺
＝…
＝…
＝○

右辺
＝…
＝…
＝○

（同じ式）
よって 左辺＝右辺

（その2）「左辺－右辺＝0」になることを示す

左辺－右辺
＝(…)－(…)
＝……
＝0
よって 左辺＝右辺が示された。