

中3数学 3月23日 土曜テスト問題 (50分)

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の各問いに答えなさい。

① $\{-26 - 6 \times (4 + 1)\} \div 7 - 8 \times (2 - 7)$ を計算しなさい。

② $\frac{4x-1}{5} \times 15 + \frac{3-5x}{3} \times 6$ を計算しなさい。

③ $\frac{3x+y}{4} - \frac{5y-x}{6} + x$ を計算しなさい。

④ 連立方程式
$$\begin{cases} 1.5x + 0.2y = 0.1 \\ 2x - \frac{3}{4}y = -8 \end{cases}$$
 を解きなさい。

⑤ $ab = -\frac{1}{2}$ のとき、 $(-6ab^2)^3 \times 4a^6b \div (-3a^2b)^2$ の値を求めなさい。

(2) 80人に対して、2つのことからP, Qについてのアンケートをとった。PもQも○か×で記入するようになっており、全員がP, Qそれぞれについて、○か×を記入していた。Pに○を記入した人数は53人で、Qに○を記入した人数は46人であった。このとき、PとQの両方に○を記入した人数として考えられる数のうち、最小の人数を求めなさい。

(3) 濃度が7%の食塩水300gに、濃度が3%の食塩水 x gを混ぜてから、水を80g蒸発させたところ、濃度が5%の食塩水ができた。このとき、 x の値を求めなさい。

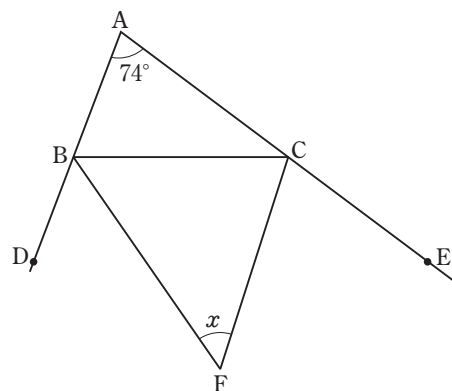
(4) ある自然数を5でわると3余り、6でわると4余り、9でわると7余る。このような自然数のうち、もっとも小さい数を求めなさい。

2 次の問いに答えなさい。

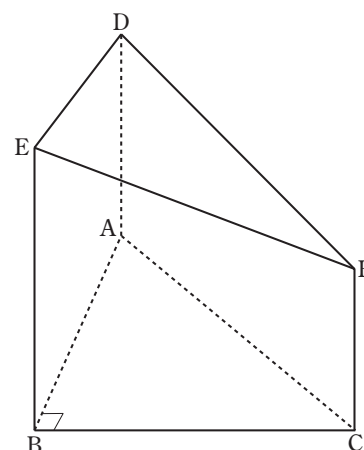
- (1) y は x に反比例し、 $x = -3$ のとき $y = 16$ である。 x の変域が $-12 \leq x \leq -6$ のときの y の変域を求めなさい。

- (2) 2つの直線 $y = 2ax + 3$, $y = -\frac{1}{4}x + a$ の交点の x 座標が 8 のとき、 $a = \boxed{\text{①}}$ であり、交点の y 座標は $\boxed{\text{②}}$ である。 $\boxed{\text{①}}$, $\boxed{\text{②}}$ にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

- (3) 右の図のように、 $\angle BAC = 74^\circ$ である $\triangle ABC$ がある。点 D は辺 AB を点 B の方に延長した直線上に、点 E は辺 AC を点 C の方に延長した直線上にある。また、点 F は $\angle CBD$ の二等分線と $\angle BCE$ の二等分線との交点である。
このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (4) 右の図の立体 $ABCDEF$ で、 $\triangle ABC$ は $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$ であり、3辺 AD , BE , CF は面 ABC に垂直で、 $AD = 5 \text{ cm}$, $BE = 7 \text{ cm}$, $CF = 4 \text{ cm}$ である。
このとき、立体 $ABCDEF$ の体積を求めなさい。



3 池のまわりに1周12kmのコースがある。このコースは散歩、ランニング、サイクリングなどに使用されている。

このとき、次の問いに答えなさい。

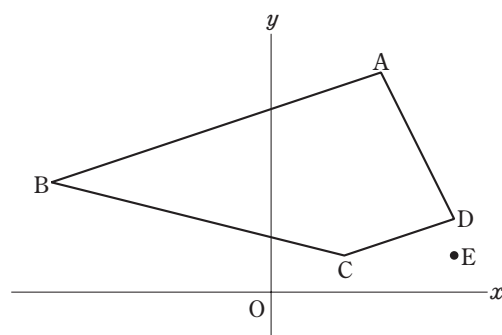
- (1) Aさんは、このコースを最初の何分間かは時速10kmで走り、残りを時速5kmで歩いたところ、出発してから $\frac{3}{2}$ 時間後に1周して出発した地点にもどった。

このとき、Aさんが走った道のりは何kmか、また、走った時間は何分かそれぞれ求めなさい。

- (2) このコースを、Aさんは時速5kmで歩いて、Bさんは自転車に乗り時速15kmで走って1周することにした。また、BさんはAさんが出発してから a 分後に、Aさんが出発した地点と同じ地点から出発することにした。

BさんがAさんと同じ向きに進む場合に追い越すまでの時間と、反対向きに進む場合に会おうまでの時間が等しくなるとき、 a の値を求めなさい。

- 4 右の図のように、4点A(3, 6), B(−6, 3), C(2, 1), D(5, 2)を頂点とする四角形ABCDと点E(5, 1)がある。
このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 2点C, Dを通る直線の式を求めると、

$$y = \boxed{}x + \boxed{}$$

となる。 $\boxed{}$ にあてはまる数を答えなさい。

- (2) 辺CDを点Cの方に延長した直線上に、点Pを $\triangle ADP$ の面積が四角形ABCDの面積と等しくなるようにとる。

このとき、点Pの座標を求めなさい。

- (3) 点Eを通り、四角形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めると、

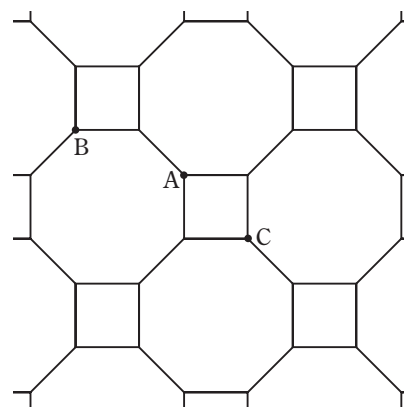
$$y = \boxed{}x + \boxed{}$$

となる。 $\boxed{}$ にあてはまる数を答えなさい。

5 右の図のように，正方形と正八角形を規則的に並べた図形があり，点Pははじめ頂点Aにある。

点Pは，頂点Aにおいて，辺に沿って進める3つの方向のうち，隣接するどれか1つの頂点に移る。以降，点Pは，移った頂点において，辺に沿って進める3つの方向のうち，隣接するどれか1つの頂点に移ることをくり返す。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，各頂点において，辺に沿って進める3つの方向のうち，点Pがどの方向に進む確率も $\frac{1}{3}$ とする。



(1) 点Pが2回移動したとき，点Pが頂点Bにある確率を求めなさい。

(2) 点Pが4回移動したとき，点Pが頂点Cにある確率を求めなさい。

6 右の図1, 図2において, 四角形ABCDは1辺の長さが8 cmの正方形である。

点Pは頂点Bを出発し, 辺BC上を頂点Cまで移動し, さらに辺CD上を頂点Dまで移動する。

図1, 図2のように, 直線APに対して頂点Bと反対側に頂点Q, Rをとり, 正方形APQRを作る。

このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 点Pが頂点Bから頂点Dまで移動するとき, 点Rが動く長さを求めなさい。

- (2) 点Pが頂点Bから頂点Dまで移動するとき, 点Qが動く長さは, 線分ACの長さの何倍か求めなさい。

- (3) 点Pが頂点Cから頂点Dまで移動するとき, 線分PQが通る部分の面積を求めなさい。

図1

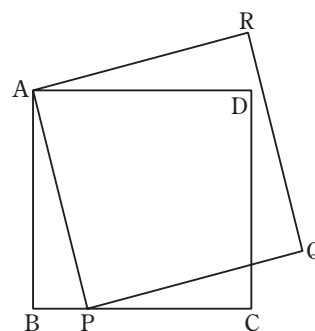
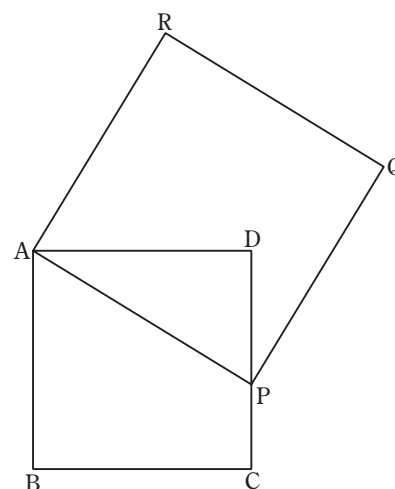


図2



中3数学 3月23日 土曜テスト

氏名 _____ 得点 _____

1		①	②	③	1 (1) 各3点×5=15点 ⑩
	(1)	④ $x =$, $y =$ (完答)	⑤		
	(2)	人	(3) $x =$	(4)	

2	(1)	$\leq y \leq$	(2) ①	② (完答)	2 各5点×4=20点 ⑫
	(3)	$\angle x =$	度	(4) cm^3	

3	(1)	走った道のり…	km, 走った時間…	分	(2) $a =$	3 各5点×2=10点 ⑬
			(完答)			

4	(1)	$y =$ $x +$ (完答)	(2) (,)	(3)	$y =$ $x +$ (完答)	4 各5点×3=15点 ⑭

5	(1)		(2)		5 各5点×2=10点 ⑮

6	(1)	cm	(2)	倍	(3)	cm^2	6 各5点×3=15点 ⑯

中3数学 3月23日 土曜テスト 模範解答

★計算問題, []の中の答えも可, ()の中はあってもよい。

1

★
① 32

④ (x=) -1 , (y=) 8

(完答)

★
② 2x + 3 [3 + 2x]

⑤ 3

(2) 19

(人) (3) (x=) 500 (g)

$\left[\frac{23}{12}x - \frac{7}{12}y\right]$ $\left[\frac{23x}{12} - \frac{7y}{12}\right]$
③ $\frac{23x - 7y}{12}$

1 (1)
各3点×5=15点
⑩

1 (2)~(4)
各5点×3=15点
⑪

2

(1) 4 ≤ y ≤ 8

(3) (∠ x =) 53^(o) (度)

(2) ① (a =) - $\frac{1}{3}$

② (y =) - $\frac{7}{3}$ [-2 $\frac{1}{3}$]

(完答)

(4) (V =) 128 (cm³)

2 各5点×4=20点
⑫

3

(1) 走った道のり… 9 (km) 走った時間… 54 (分)

(2) (a =) 48 (分後)

(完答)

3 各5点×2=10点
⑬

4

(1) y = $\frac{1}{3}$ x + $\frac{1}{3}$

(2) (-7 , -2)

(3) y = - $\frac{1}{2}$ ^(-0.5) x + $\frac{7}{2}$ [$\frac{3.5}{2}$]
[3 $\frac{1}{2}$]

(完答)

(完答)

(完答)

4 各5点×3=15点
⑭

5

(1) (p =) $\frac{1}{9}$

(2) (p =) $\frac{14}{81}$

(完答)

5 各5点×2=10点
⑮

6

(1) 16 (cm)

(2) 2 (倍)

(3) (S =) 64 (cm²)

(完答)

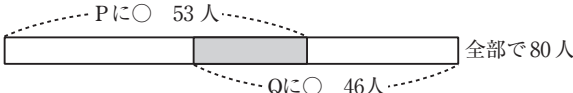
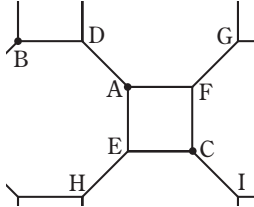
6 各5点×3=15点
⑯

中3数学 3月23日 土曜テスト 解説

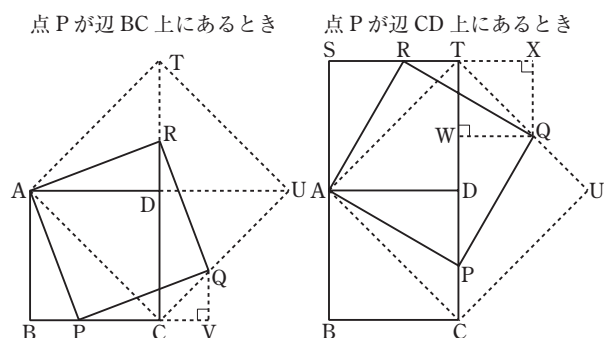
解答	配点
1 (1) ① 32 ② $2x+3$ ③ $\frac{23x-7y}{12}$ ④ $(x=)-1, (y=)8$ ⑤ 3 (2) 19(人) (3) $(x=)500$ (4) 88	1 (1)各3点×5=15点 (2)~(4) 各5点×3=15点
2 (1) $4(\leq y \leq)8$ (2) ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ (3) 53(度) (4) $128(\text{cm}^3)$	2 各5点×4=20点
3 (1) 走った道のり…9(km), 走った時間…54(分) (2) $(a=)48$	3 各5点×2=10点
4 (1) $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$ (2) $(-7, -2)$ (3) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$	4 各5点×3=15点
5 (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{14}{81}$ 6 (1) 16(cm) (2) 2(倍) (3) $64(\text{cm}^2)$	5 各5点×2=10点 6 各5点×3=15点

—採点基準— 1(1)④, 2(2), 3(1), 4(1), (3) 完答。

【解説】

- 1 (2) Pに○を記入した人と、Qに○を記入した人との重なりがもっとも小さくなるのは、右の図のようなときであるから、 $53+46-80=19$ (人)。
- 
- (3) 食塩の重さに着目すると、 $300 \times \frac{7}{100} + x \times \frac{3}{100} = (300+x-80) \times \frac{5}{100}$ 。これを解いて、 $x=500$ 。
- (4) 5でわると3余る自然数は5の倍数より2小さい数、6でわると4余る自然数は6の倍数より2小さい数、9でわると7余る自然数は9の倍数より2小さい数。求める自然数は5, 6, 9の最小公倍数より2小さい数で、 $90-2=88$ 。
- 2 (2) 交点の x 座標が8だから、 $2a \times 8 + 3 = -\frac{1}{4} \times 8 + a$ より、 $a = -\frac{1}{3}$ 。交点の y 座標は $-\frac{1}{4} \times 8 + (-\frac{1}{3}) = -\frac{7}{3}$ 。
- (3) 外角の和は 360° だから、 $\angle CBD + \angle BCE = 360^\circ - (180^\circ - 74^\circ) = 254^\circ$ 。
 $\angle CBF + \angle BCF = \frac{1}{2}(\angle CBD + \angle BCE) = \frac{1}{2} \times 254^\circ = 127^\circ$ 。△BFCで、 $\angle x = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$ 。
- (4) $BE \perp$ 面ABCより、 $BE \perp BC$ 。これと $AB \perp BC$ より、 $BC \perp$ 面ABED。よって、立体ABCDEFの体積は、
 $(\text{四角錐F-ABED}) + (\text{三角錐F-ABC}) = \frac{1}{3} \times \left\{ \frac{1}{2} \times (5+7) \times 6 \right\} \times 8 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right) \times 4 = 128(\text{cm}^3)$ 。
- 3 (1) 走った道のりを x kmとすると、歩いた道のりは $(12-x)$ km。1周にかかった時間から、 $\frac{x}{10} + \frac{12-x}{5} = \frac{3}{2}$ 。
これを解くと、 $x=9$ 。よって、走った道のりは9km、走った時間は $\frac{9}{10}$ 時間=54分。
- (2) BがAと同じ向きに進む場合、追い越すまでの時間は、 $5 \times \frac{a}{60} \div (15-5) = \frac{a}{120}$ (時間)で、BがAと反対向きに進む場合、出会うまでの時間は、 $(12-5 \times \frac{a}{60}) \div (15+5) = \frac{3}{5} - \frac{a}{240}$ (時間)。よって、 $\frac{a}{120} = \frac{3}{5} - \frac{a}{240}$ 、 $a=48$ 。
- 4 (2) ABの傾きもDCの傾きも $\frac{1}{3}$ だから、 $AB \parallel DC$ 。直線DC上に $AB=CP$ となる点Pをとると、四角形ABPCは平行四辺形で、 $AC \parallel BP$ 。よって、 $\triangle ADP = \triangle ACP + \triangle ACD = \triangle ACB + \triangle ACD =$ 四角形ABCD。
点Bは点Aを x 軸の正の方向に $-6-3=-9$ 、 y 軸の正の方向に $3-6=-3$ だけ移動した点である。点Pは点Cを同様に移動した点であるから、 x 座標は $2+(-9)=-7$ 、 y 座標は $1+(-3)=-2$ 。
【別解】 点Pは、直線DCと点Bを通りACに平行な直線(式は $y=5x+33$)の交点となることを利用する。
- (3) 線分ABの中点をM、線分CDの中点をNとすると、 $AB \parallel DC$ より、2点M, Nを通る直線は、台形ABCDの面積を2等分する。さらに、線分MNの中点を通る直線が線分ABと線分DCの両方に交わる時、この直線は台形ABCDの面積を2等分する。点Mの座標は $(\frac{3+(-6)}{2}, \frac{6+3}{2})$ 、すなわち $(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ 。同様にして、点Nの座標は $(\frac{7}{2}, \frac{3}{2})$ 、線分MNの中点の座標は $(1, 3)$ 。E(5, 1)と点(1, 3)を通る直線の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ 。この直線は線分ABと線分DCの両方に交わるから、求める直線の式は、 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ 。➡難関校入試にアクセス
- 5 頂点D, E, F, G, H, Iを右の図のように決める。
- 
- (1) 2回移動したとき、点Pの移動のしかたは、 $3^2=9$ (通り)。点Pが頂点Bに移動するしかたは、 $A \rightarrow D \rightarrow B$ の1通り。よって、求める確率は、 $\frac{1}{9}$ 。
- (2) 4回移動したとき、点Pの移動のしかたは、 $3^4=81$ (通り)。1回目で頂点Dに移動し、4回目で頂点Cに移動するしかたは、 $A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow C$ 、 $A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow C$ の2通り。
1回目で頂点Eに移動し、4回目で頂点Cに移動するしかたは、 $A \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow C$ 、 $A \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow C$ 、
 $A \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow C$ 、 $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow C$ 、 $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow C$ 、 $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow I \rightarrow C$ の6通り。1回目で頂点Fに移動し、4回目で頂点Cに移動するしかたは、対称性から1回目で頂点Eに移動し、4回目で頂点Cに移動するときと同じく6通り。よって、求める確率は、 $\frac{2+6+6}{81} = \frac{14}{81}$ 。

- 6 (1) 点Pが辺BC上にあるとき、 $AB=AD$, $AP=AR$,
 $\angle BAP=90^\circ-\angle DAP=\angle DAR$ だから、2組の辺とそ
 の間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABP\equiv\triangle ADR$ 。
 よって、 $\angle ADR=\angle ABP=90^\circ$, $DR=BP$ 。点Pが辺
 CD上にあるとき、点Rを通り直線ADに平行な直線
 と直線AB, CDとの交点をそれぞれS, Tとする。
 $\angle ADP=\angle ASR=90^\circ$, $AP=AR$,
 $\angle DAP=90^\circ-\angle DAR=\angle SAR$ だから、直角三角形
 の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ADP\equiv\triangle ASR$ 。



- よって、 $AS=AD=8\text{cm}$ で、四角形ADTSは正方形になる。点Tは点Pが頂点Cと一致するときの点R、点Sは
 点Pが頂点Dと一致するときの点Rとそれぞれ一致し、点Rは正方形ADTSの辺DT上を点Dから点T、辺TS上
 を点Tから点Sまで動くから、求める長さは、 $8+8=16(\text{cm})$ 。
 (2) 点Pが頂点Cと一致するときの点Qを点Uとする。点Pが辺BC上にあるとき、点Qから直線BCに垂線QVをひ
 くと、 $\angle ABP=\angle PVQ=90^\circ$, $AP=PQ$, $\angle APB=90^\circ-\angle QPV=\angle PQV$ だから、直角三角形の斜辺と1つの鋭
 角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABP\equiv\triangle PVQ$ 。よって、 $VQ=BP$, $PV=AB$ 。これと $AB=BC$ から、
 $CV=PV-PC=BC-PC=BP=VQ$ より、 $CV=VQ$ なので、 $\triangle CVQ$ は直角二等辺三角形。これより、
 $\angle UCD=\angle QCD=45^\circ$ だから、点Qは線分CU上の点。点Pが辺CD上にあるとき、点Qから直線CDに垂線QW、
 直線STに垂線QXをひくと、 $\angle PWQ=\angle RXQ=90^\circ$, $PQ=RQ$, $\angle PQW=90^\circ-\angle RQW=\angle RQX$ だから、直
 角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、 $\triangle PWQ\equiv\triangle RXQ$ 。よって、 $WQ=XQ$ で、四角形WQXT
 は正方形になる。 $\angle UTW=\angle QTW=45^\circ$ より、点Qは線分UT上の点なので、点Qは正方形ACUTの辺CU上を
 点Cから点U、辺UT上を点Uから点Tまで動く。これより、点Qの動く長さは、線分ACの長さの2倍である。
 (3) (2)の考察から、線分PQが通る部分は $\triangle CUT$ になる。よって、求める面積は、 $\frac{1}{2}\times(8+8)\times 8=64(\text{cm}^2)$ 。

☆難関校入試にアクセス

図1のように、平行四辺形の2つの対角線の交点を通る直線は、平行四辺形
 の面積を2等分します。これは、平行四辺形は1つの対角線で面積が2等分
 されることと、⑦の三角形と①の三角形は合同で面積が等しいことからわかり
 ます。

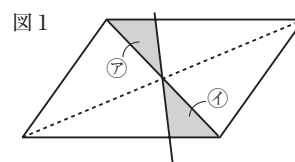
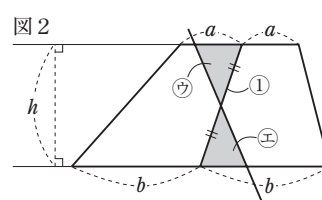


図2のように、台形の上底の中点と下底の中点を結ぶ線分(…①)は、台形の
 面積を2等分します。これは、台形の面積の公式より、線分①で分けられた2
 つの台形の面積が等しくなることからわかります。さらに、線分①の中点を通
 る直線は、台形の上底と下底それぞれに交わるならば、⑤の三角形と③の三角
 形は合同で面積が等しいから、台形の面積を2等分することがわかります。



① 台形の面積を2等分する直線(明治大学付属明治)

4点A(-4, 2), B(8, 8), C(2, 9), D(-2, 7)を頂点とする四角形ABCDがある。直線 $y=mx$ が四角
 形ABCDの面積を2等分するとき、 m の値を求めよ。

〔解説〕 2点A, Bを通る直線と2点D, Cを通る直線の傾きは等しいから、
 四角形ABCDは $AB\parallel DC$ の台形となる。辺AB, 辺DCの中点をそ
 れぞれP, Qとすると、 $P(2, 5)$, $Q(0, 8)$ であり、2点P, Qを結
 ぶ線分は台形ABCDの面積を2等分する。

ここで、線分PQの中点をRとすると、 $R(1, \frac{13}{2})$ である。原点Oと
 点Rを通る直線 $y=\frac{13}{2}x$ は、台形ABCDの上底と下底それぞれに交
 わるから、台形ABCDの面積を2等分する。よって、 $m=\frac{13}{2}$ 。

〔解答〕 $m=\frac{13}{2}$

