

全国の公立高校入試問題レベルの出題です。

答えは、後で○つけできるように、分かりやすいところに、はっきり書いてください。

その後の解説の価値を高めるためにも、判らない問題は飛ばして行きながら、問題全体に挑戦するつもりで解いてください。

レベル1

① 次の問いに答えよ。

□(1) y は x の2乗に比例し、 $x=5$ のとき $y=75$ である。 $x=-2$ のときの y の値を求めよ。〔福岡県〕

□(2) 関数 $y=ax^2$ で、 $x=2$ のとき $y=-12$ である。 $x=4$ のときの y の値を求めよ。〔茨城県〕

② 次の問いに答えよ。

□(1) 関数 $y=-x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよ。〔佐賀県〕

□(2) x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、2つの関数 $y=2x+4$ と $y=ax^2$ の y の変域が一致する。このとき、 a の値を求めよ。〔新潟県〕

□(3) a, b を定数とする。関数 $y=ax^2$ において、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が $b \leq y \leq 8$ であった。 a, b の値をそれぞれ求めよ。〔都立国分寺高〕

③ 次の問いに答えよ。

□(1) 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が2から4まで増加するときの変化の割合を求めよ。〔長崎県〕

□(2) 関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -4 から -2 まで増加するときの変化の割合が2であった。 a の値を求めよ。〔神奈川県〕

□(3) x の値が a から $a+2$ まで増加するとき、2つの関数 $y=-4x+2$ と $y=\frac{1}{3}x^2$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めよ。〔市川高〕

④ 右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点A(3, 18)がある。

いま、点Aを通り x 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点のうち、点Aと異なる点をBとする。

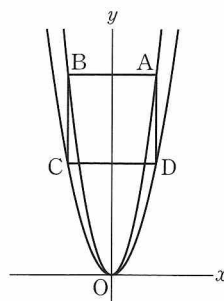
また、点Aを通り y 軸に平行な直線と関数 $y=bx^2$ のグラフとの交点をD、点Bを通り y 軸に平行な直線と関数 $y=bx^2$ のグラフとの交点をCとすると、四角形ABCDが正方形となった。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $a > b > 0$ とする。〔京都府〕

□(1) a, b の値を求めよ。

□(2) 点Cの座標を求めよ。

□(3) 点(1, 18)を通り、正方形ABCDの面積を2等分する直線の式を求めよ。



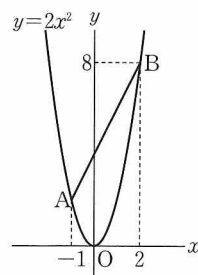
⑤ 右の図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に2点A, Bがある。点Aの x 座標は -1 、点Bの座標は(2, 8)である。このとき、次の各問いに答えよ。

〔沖縄県・改〕

□(1) 点Aの y 座標を求めよ。

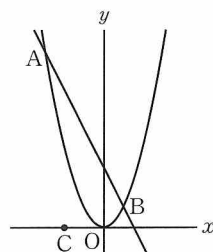
□(2) 直線ABの式を求めよ。

□(3) 関数 $y=2x^2$ のグラフ上の点で、2点O, Bの間にある点Pをとると、 $\triangle PAB$ の面積は $\triangle OAB$ の面積に等しくなった。このとき、点Pの座標を求めよ。ただし、点Pは、点Oとは異なるものとする。



Lined paper template with horizontal ruling lines.

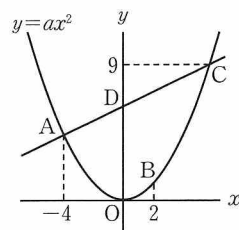
1 右の図で、放物線は関数 $y=x^2$ のグラフである。2点A, Bは放物線上の点であり、その x 座標はそれぞれ $-4, 1$ である。また、点Cの座標は $(-3, 0)$ である。次の問いに答えよ。



- (1) 関数 $y=x^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 1$ のときの y の変域を求めよ。
 □(2) 2点A, Bを通る直線の傾きを求めよ。
 □(3) 放物線上に点Dをとり、 $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OCD$ の面積が等しくなるようにする。このとき、点Dの座標をすべて求めよ。

★ □(4) $\triangle OBC$ を、 x 軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

2 右の図のように、関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上に3点A, B, Cがある。Aの x 座標は -4 , Bの x 座標は 2 , Cの y 座標は 9 で、その x 座標は正、点Dは直線ACと y 軸との交点である。また、関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 4$ である。このとき、次の問いに答えよ。

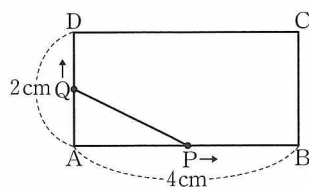


[熊本県]

- (1) a の値を求めよ。 □(2) 直線ACの式を求めよ。

★ □(3) 線分CD上に2点C, Dとは異なる点Pをとる。四角形POBCの面積が20となるときの点Pの座標を求めよ。

3 右の図のような $AB=4\text{cm}$, $AD=2\text{cm}$ の長方形ABCDと、辺上を動く点P, Qがある。点P, Qは、Aを同時に出発して、それぞれ次のように動く。



【点P】Aを出発して毎秒 2cm の速さで辺AB上をBに向かって進み、Bに到着すると、毎秒 2cm の速さで辺BA上をAに向かって進み、Aを出発してから4秒後に、Aにもどり停止する。

【点Q】Aを出発して毎秒 1cm の速さで辺AD上をDに向かって進み、Dに到着すると、毎秒 2cm の速さで辺DC上をCに向かって進み、Aを出発してから4秒後に、Cで停止する。

点P, QがAを出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ とする。ただし、 $x=0, 4$ のとき、 $y=0$ とする。このとき、次の各問いに答えよ。

[愛媛県・改]

- (1) $x=1$ のときと $x=3$ のときの y の値を、それぞれ求めよ。

(2) 次のそれぞれの場合について、 y を x の式で表せ。

□① $0 \leq x \leq 2$ のとき

□② $2 \leq x \leq 4$ のとき

★ □(3) $0 < x < 4$ で、 $\triangle APQ$ が $QA=QP$ の二等辺三角形になるとき、 x の値を求めよ。

Lined paper template with horizontal ruling lines.

- ① (1) $y=12$ (2) $y=-48$
 ② (1) $-4 \leq y \leq 0$ (2) $a=\frac{3}{2}$ (3) $a=\frac{1}{2}$, $b=0$
 ③ (1)12 (2) $a=-\frac{1}{3}$ (3) $a=-7$
 ④ (1) $a=2$, $b=\frac{4}{3}$ (2) $(-3, 12)$ (3) $y=3x+15$
 ⑤ (1)2 (2) $y=2x+4$ (3)(1, 2)

解説

- ① (1) $y=ax^2$ とおき, $x=5$, $y=75$ を代入して, $a=3$
 $y=3x^2$ に $x=-2$ を代入して, $y=12$
 (2) $y=ax^2$ に, $x=2$, $y=-12$ を代入して,
 $a=-3$
 $y=-3x^2$ に $x=4$ を代入して, $y=-48$
 ② (1) $x=0$ のとき $y=0$ で最大, $x=2$ のとき $y=-4$
 で最小だから, y の変域は, $-4 \leq y \leq 0$
 (2) $y=2x+4$ ($-2 \leq x \leq 1$) の y の変域は $0 \leq y \leq 6$
 (3) x の変域に 0 をふくむから, $b=0$
 $y=ax^2$ に $x=-4$, $y=8$ を代入して, $a=\frac{1}{2}$
 ③ (2) $a \times (-4-2)=2$ より, $a=-\frac{1}{3}$
 (3) $\frac{1}{3} \times \{a+(a+2)\}=-4$ より, $a=-7$
 ④ (1) $y=ax^2$ に $x=3$, $y=18$ を代入して, $a=2$
 $A(3, 18)$, $B(-3, 18)$ より,
 $AD=AB=3-(-3)=6$ だから, $D(3, 12)$
 $y=bx^2$ に $x=3$, $y=12$ を代入して, $b=\frac{4}{3}$
 (3)対角線 BD の中点 $(0, 15)$ と点 $(1, 18)$ を通る直
 線の式を求める。
 ⑤ (1) $y=2x^2$ に $x=-1$ を代入して, $y=2 \times (-1)^2=2$
 (2) $A(-1, 2)$, $B(2, 8)$ より, 直線 AB の傾きは 2
 だから, $y=2x+b$ とおける。これに $x=-1$,
 $y=2$ を代入して, $2=-2+b$, $b=4$ より,
 $y=2x+4$
 (3) $OP \parallel AB$ となればよい。
 直線 OP は, 傾きが直線 AB と等しいから,
 $y=2x$ となる。
 点 P の x 座標は, $2x^2=2x$, $x^2-x=0$ より,
 $x=0, 1$
 点 P は点 O とは異なるので, $x=1$
 $y=2x$ に $x=1$ を代入して, $y=2 \times 1=2$
 よって, $P(1, 2)$

- ① (1) $0 \leq y \leq 16$ (2)-3 (3) $(\pm \frac{2\sqrt{15}}{3}, \frac{20}{3})$ (4) π
 ② (1) $a=\frac{1}{4}$ (2) $y=\frac{1}{2}x+6$ (3) $(\frac{4}{3}, \frac{20}{3})$
 ③ (1)(順に) $y=1$, $y=2$
 (2)① $y=x^2$ ② $y=-2x+8$ (3) $x=\frac{8}{3}$

解説

- ① (3)直線 AB ($y=-3x+4$) と y 軸の交点を E とす
 ると,
 $\triangle OAB = \triangle OAE + \triangle OBE$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 10$
 また, 点 D の y 座標を d とすると,
 $\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 3 \times d = \frac{3}{2}d$
 よって, $\triangle OAB = \triangle OCD$ より, $d = \frac{20}{3}$ となり,
 x 座標は $\pm \frac{2\sqrt{15}}{3}$ となる。
 (4)点 B から x 軸に垂線 BH をひくと, $BH=1$,
 $CH=4$, $OH=1$ 底面の半径が 1, 高さが 4
 の円錐から, 底面の半径が 1, 高さが 1 の円錐
 を除いた立体ができるので, 求める体積は,
 $\frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 4 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 1^2) \times 1 = \pi$
 ② (1)変域から, $x=-4$ に対応する y の値が 4 となる。
 (2) $A(-4, 4)$, $C(6, 9)$ となる。
 (3)直線 AC, OB の傾きがともに $\frac{1}{2}$ なので,
 $AC \parallel OB$ より, $\triangle OBC = \triangle OBD = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$
 また, $\triangle ODC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ であるから,
 四角形 DOBC $= \triangle ODC + \triangle OBC = 18 + 6 = 24$
 ここで, 四角形 POBC $= 20$ より,
 $\triangle ODP = 24 - 20 = 4$ となる。点 P の x 座標を p
 とすると, $\frac{1}{2} \times 6 \times p = 4$ より, $p = \frac{4}{3}$
 y 座標は, $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + 6 = \frac{20}{3}$
 ③ 点 P が B に着くまでの時間は 2 秒, A にもどっ
 てくるまでの時間は 4 秒, 点 Q が D, C に着くま
 での時間はそれぞれ 2, 4 秒である。
 (1) $x=1$ のとき,
 $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$
 よって, $y=1$
 $x=3$ のとき,
 $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AD = \frac{1}{2} \times (8-6) \times 2 = 2$
 よって, $y=2$

(2)①点Pは辺AB上をBに向かって進み、点Qは
辺AD上をDに向かって進むから、

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AQ = \frac{1}{2} \times 2x \times x = x^2$$

よって、 $y = x^2$

②点Pは辺BA上をAに向かって進み、点Qは
辺DC上をCに向かって進むから、

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times (8-2x) \times 2 = 8-2x$$

よって、 $y = -2x+8$

(3) $0 < x \leq 2$ のとき、 $QA < QP$ だから、 $QA = QP$
になるのは $2 \leq x < 4$ のときである。

二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直
に2等分するから、 $AP = 2DQ$ になればよく、
 $AP = 8-2x$ (cm)、 $DQ = 2(x-2) = 2x-4$ (cm)

より、 $8-2x = 2(2x-4)$ 、 $x = \frac{8}{3}$