

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の各問いに答えなさい。

① $(-3)^3 \div 3 - (7 - 10) \times 13$ を計算しなさい。

② $(-15ab) \div 60a^4b^3 \times (-2ab)^3$ を計算しなさい。

③ 連立方程式
$$\begin{cases} 5x + y = 5 \\ x - 5y = 14 \end{cases}$$
 を解きなさい。

④ $(x - y)(x - y + 8) + 2x(y - 4)$ を計算しなさい。

⑤ $5x^2 - 20xy + 20y^2$ を因数分解しなさい。

(2) $\frac{50n}{7}$ が15の倍数になるような最小の自然数 n を求めなさい。

(3) 3つの容器P, Q, Rがあり, 容器Pには p %の食塩水が300 g, 容器Qには q %の食塩水が400 g, 容器Rには r %の食塩水が750 g 入っている。3つの容器の食塩水にふくまれる食塩の重さがすべて同じであるとき, $p : q : r$ をもっとも簡単な整数の比で表しなさい。

(4) K中学校の生徒全員に対し, 2つの意見A, Bに賛成か反対かのアンケート調査を行ったところ, AとBのどちらも生徒全員が賛成か反対かを答えていた。その結果, Aに賛成の生徒が全体の $\frac{2}{3}$, Bに賛成の生徒が全体の $\frac{3}{5}$, AもBも反対の生徒が全体の $\frac{1}{10}$, AもBも賛成の生徒が165人であった。このとき, K中学校の生徒数を求めなさい。

2 次の問いに答えなさい。

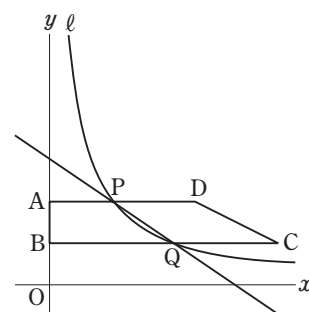
- (1) 座標平面上に、2点A(-3, 5), B(9, -3)と、式が $y = 3x + 6$ で表される直線 ℓ がある。
2点A, Bを通る直線に平行で、直線 ℓ と x 軸上で交わる直線を m とすると、直線 m の式は、

$$y = \boxed{}x - \boxed{}$$

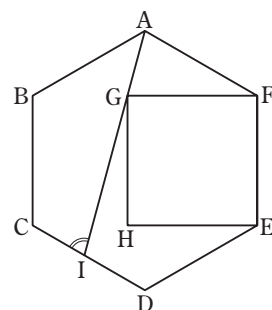
となる。 $\boxed{}$ にあてはまる数を答えなさい。

- (2) 右の図で、四角形ABCDは4点A(0, 4), B(0, 2), C(11, 2), D(7, 4)を頂点とする台形、曲線 ℓ は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフである。

曲線 ℓ と辺AD, BCとの交点をそれぞれP, Qとする。2点P, Qを通る直線が台形ABCDの面積を2等分するとき、 a の値を求めなさい。

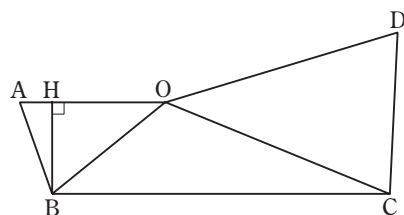


- (3) 右の図のように、正六角形ABCDEFの内部に正方形EFGHがある。直線AGと辺CDとの交点をIとすると、 $\angle AIC$ の大きさを求めなさい。



- (4) 右の図で、 $AO = BO$, $CO = DO$, $\angle AOB = \angle COD$, $AO \parallel BC$ であり、Hは $BH \perp AO$ となる線分AO上の点である。

$AO = 6 \text{ cm}$, $DO = 10 \text{ cm}$, $BH = 4 \text{ cm}$ のとき、点Bと直線DOとの距離を求めなさい。



- 3 縦の長さが x cm, 横の長さが y cm の長方形 A がある。長方形 A の縦, 横の長さをそれぞれ 3 cm ずつ長くした長方形 B を作ると, 長方形 B の面積は長方形 A の面積より 120cm^2 大きくなる。
- このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 長方形 A のまわりの長さを求めなさい。

(2) 長方形 A の縦の長さを 5 cm 長く, 横の長さを 4 cm 短くした長方形 C を作ると, 長方形 C の面積は長方形 A の面積より 30cm^2 大きくなる。このとき, 長方形 C の面積を求めなさい。

4 0, 1, 2, 7, 8, 9 の数が書かれたカードが 1 枚ずつある。この 6 枚のカードの中から同時に 4 枚を取り出し、並べ方をいろいろ変えてできる 4 桁の整数のうち、最大の数を M とする。例えば、0, 7, 8, 9 の数が書かれた 4 枚のカードを取り出したとき、 $M = 9870$ となる。

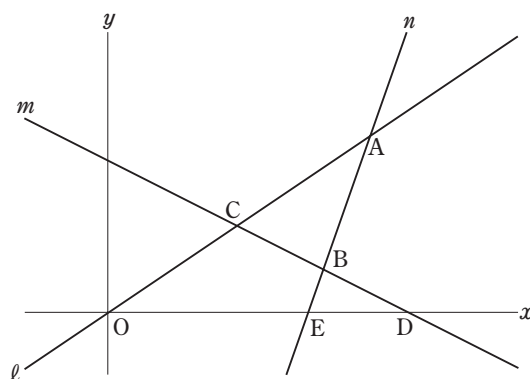
このとき、次の問いに答えなさい。

(1) M が偶数となる場合は全部で何通りあるか求めなさい。

(2) M が 3 の倍数となる場合は全部で何通りあるか求めなさい。

(3) M が 8000 より大きくなる場合は全部で何通りあるか求めなさい。

- 5 右の図で、直線 ℓ は原点 O と $A(12, 8)$ を通る直線、直線 m は式が $y = -\frac{1}{2}x + 7$ と表される直線、直線 n は点 A と x 座標が10である直線 m 上の点 B を通る直線である。また、点 C は2直線 ℓ 、 m の交点で、点 D は x 軸と直線 m 、点 E は x 軸と直線 n との交点である。



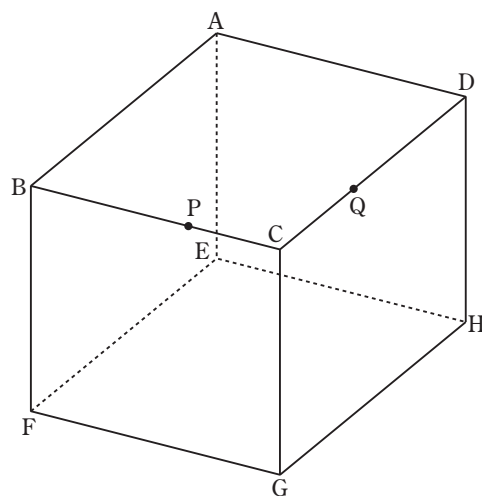
このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 点 C の座標を求めなさい。

- (2) x 軸上にあって、 $\triangle ADF$ の面積が四角形 $ACED$ の面積と等しくなる点 F が2つある。このような点 F の x 座標をすべて求めなさい。

- 6 右の図のような、 $AB = 8\text{ cm}$ 、 $AD = 10\text{ cm}$ 、 $AE = 6\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ がある。この直方体の辺 BC 上に点 P 、辺 CD 上に点 Q がある。

このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 直方体 $ABCD-EFGH$ の表面積を求めなさい。

- (2) $CQ = 3\text{ cm}$ で、四角錐 $P-ABFE$ の体積と三角錐 $P-CQG$ の体積の和が 69 cm^3 になるとき、線分 CP の長さを求めなさい。

- (3) $CP = 6\text{ cm}$ 、 $CQ = 2\text{ cm}$ のとき、4点 E 、 P 、 Q 、 G を頂点とする立体の体積を求めなさい。

氏名 _____ 得点 _____

	①	②	
(1) ③ $x =$	, $y =$		④
(完答)			
⑤			
1			
(2) $n =$	(3) $p : q : r =$	:	:
(4)	人		

1 (1)
各3点×5=15点
⑩

1 (2)~(4)
各5点×3=15点
⑪

(1)	$y =$ $x -$	(2) $a =$	
(3)	(完答)		
		度 (4)	cm

2 各5点×4=20点
⑫

3	(1)	cm (2)	cm ² ⑬

3 各5点×2=10点
⑬

4	(1)	通り (2)	通り
(3)	通り		

4 各5点×3=15点
⑭

5	(1) (	(2)	(完答, 順不同可)

5 各5点×2=10点
⑮

6	(1)	cm ² (2)	cm
(3)	cm ³		

6 各5点×3=15点
⑯

解答

- 1 (1) ① 30 ② $2b$ ③ $(x) = \frac{3}{2}, (y) = -\frac{5}{2}$ ④ $x^2 + y^2 - 8y$
 ⑤ $5(x-2y)^2$
 (2) $(n) = 21$ (3) $20:15:8$ (4) 450(人)
 2 (1) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$ (2) $(a) = 12$ (3) 75(度) (4) $\frac{12}{5}$ (cm)
 3 (1) 74(cm) (2) 360(cm²)
 4 (1) 11(通り) (2) 5(通り) (3) 14(通り)
 5 (1) (6, 4) (2) $\frac{14}{3}, \frac{70}{3}$
 6 (1) 376(cm²) (2) 7(cm) (3) 68(cm³)

配点

- 1 (1)各3点×5=15点
 (2)~(4)
 各5点×3=15点
 2 各5点×4=20点
 3 各5点×2=10点
 4 各5点×3=15点
 5 各5点×2=10点
 6 各5点×3=15点

—採点基準— 1 (1)③, 2 (1), 5 (2) 完答。

[解説]

- 1 (1) ① $(-3)^3 \div 3 - (7-10) \times 13 = -27 \div 3 - (-3) \times 13 = -9 + 39 = 30$
 ② $(-15ab) \div 60a^4b^3 \times (-2ab)^3 = \frac{15ab \times 8a^3b^3}{60a^4b^3} = 2b$
 ③ $\begin{cases} 5x+y=5 \cdots \textcircled{7} \\ x-5y=14 \cdots \textcircled{4} \end{cases}$ $\textcircled{7} \times 5 + \textcircled{4}$ より, $26x=39, x=\frac{3}{2}$ 。
 これを $\textcircled{7}$ に代入して, $5 \times \frac{3}{2} + y = 5, y = -\frac{5}{2}$ 。
 ④ $(x-y)(x-y+8) + 2x(y-4) = (x-y)^2 + 8(x-y) + 2xy - 8x = x^2 + y^2 - 8y$
 ⑤ $5x^2 - 20xy + 20y^2 = 5(x^2 - 4xy + 4y^2) = 5(x-2y)^2$
 (2) $\frac{50n}{7} = \frac{2 \times 5^2 \times n}{7}$ で, 15の倍数になるのは $3 \times 5 \times (\text{整数})$ の形になるときだから, 求める最小の自然数 n は,
 $n = 3 \times 7 = 21$ 。

- (3) 容器Pの食塩水にふくまれる食塩の重さは $300 \times \frac{p}{100} = 3p$ (g)。

同様に, 容器Q, Rの食塩水にふくまれる食塩の重さは, それぞれ $4q$ g, $7.5r$ g。

これらの重さは同じだから, $3p = 4q = 7.5r$ 。

よって, $q = \frac{3}{4}p, r = \frac{2}{5}p$ 。したがって, $p:q:r = p:\frac{3}{4}p:\frac{2}{5}p = 20:15:8$ 。

- (4) 右の表のようにまとめられるので, AもBも賛成の生徒数は, 全体の $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{10} - 1 = \frac{11}{30}$

だから, K中学校の生徒数を x 人とする, $\frac{11}{30}x = 165, x = 450$ 。

- 2 (1) 直線ABの傾きは $\frac{-3-5}{9-(-3)} = \frac{-8}{12} = -\frac{2}{3}$ で, 平行な2直線の傾きは等しいから, 直線 m の傾きは $-\frac{2}{3}$ 。

直線 l と x 軸との交点の x 座標は, $0 = 3x + 6$ より, $x = -2$ だから, 直線 m は点 $(-2, 0)$ を通る。

よって, 直線 m の式は, $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$ 。

- (2) $AP + BQ$ が $AD + BC = 7 + 11 = 18$ の半分の9になるとき, 台形ABCDの面積は直線PQによって2等分される。

$y = \frac{a}{x}$ に $y = 4, 2$ をそれぞれ代入して, 点P, Qの x 座標を a で表すと, $\frac{a}{4}, \frac{a}{2}$ 。

よって, $\frac{a}{4} + \frac{a}{2} = 9, \frac{3a}{4} = 9, a = 12$ 。

- (3) 正六角形の1つの内角の大きさは $180^\circ \times (6-2) \div 6 = 120^\circ$ 。

$\triangle AFG$ で, $AF = GF, \angle AFG = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ だから, $\angle FAG = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ \cdots \textcircled{7}$ 。

よって, 四角形ABCIで, $\angle AIC = 360^\circ - \{(120^\circ - 75^\circ) + 120^\circ \times 2\} = 75^\circ$ 。

[別解] $AF \parallel CD$ で, 平行線の錯角は等しいから, $\textcircled{7}$ より, $\angle AIC = \angle FAG = 75^\circ$ 。

- (4) 線分AC, BDをひく。AO//BCより, $\triangle AOC = \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ (cm²)。

$\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ で, $AO = BO, CO = DO, \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC =$

$\angle COD + \angle BOC = \angle BOD$ より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$\triangle AOC \equiv \triangle BOD$ 。よって, $\triangle BOD = \triangle AOC = 12$ cm²。点Bと直線DOとの距離は,

点Bから直線DOにひいた垂線の長さで, この長さを x cmとすると,

$\triangle BOD$ の面積より, $\frac{1}{2} \times 10 \times x = 12, x = \frac{12}{5}$ 。

	A		合計
	○	×	
B	○		$\frac{3}{5}$
	×	$\frac{1}{10}$	
合計	$\frac{2}{3}$		1

(○は賛成, ×は反対)

