

① (1)70° (2)110° (3)18°

(4)100° (5)63° (6)36°

② (1)△ABEと△ACDにおいて、

仮定から、 $AB=AC$ …① $\angle BAE=\angle CBD$ …② $\widehat{AD}$ に対する円周角は等しいから、 $\angle ABE=\angle ACD$ …③ $\widehat{CD}$ に対する円周角は等しいから、 $\angle CBD=\angle CAD$ …④②、④より、 $\angle BAE=\angle CAD$ …⑤①、③、⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $BE=CD$

(2)36°

③ △ABFと△ADGにおいて、

四角形ABCDは正方形だから、

 $AB=AD$ …① $\angle ABF=\angle ADG=90^\circ$ …② $\widehat{AB}$ に対する円周角は等しいから、 $\angle AFB=\angle AEB$ …③ $AB=BE$ より、2つの辺が等しいから、

△ABEは二等辺三角形なので、

 $\angle AEB=\angle EAB$ …④ $AB \parallel DC$ より、平行線の錯角は等しいから、 $\angle EAB=\angle AGD$ …⑤③、④、⑤より、 $\angle AFB=\angle AGD$ …⑥

②、⑥と三角形の内角の和が180°であること

から、 $\angle BAF=\angle DAG$ …⑦①、②、⑦より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABF \equiv \triangle ADG$ 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $AF=AG$

④ (1)△ABCと△ACFにおいて、

共通な角だから、 $\angle CAB=\angle FAC$ …① $\widehat{AB}=\widehat{AE}$ より、等しい弧に対する円周角は等しいから、 $\angle ACB=\angle ABE$ …② $BE \parallel FD$ より、平行線の同位角は等しいから、 $\angle ABE=\angle AFC$ …③②、③より、 $\angle ACB=\angle AFC$ …④①、④より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABC \sim \triangle ACF$ (2)① $\frac{9}{2}$ cm ② 36 : 49

解説

① (4) $\angle ABC=41^\circ+20^\circ+19^\circ=80^\circ$, $\angle x=180^\circ-80^\circ=100^\circ$ (6) $\angle ACB=\angle BAD=\angle x$, $\angle CAB=\angle CBA=2\angle x$ △ABCで、 $\angle x+2\angle x+2\angle x=180^\circ$ より、 $\angle x=36^\circ$ ② (2) $\angle BAE=\angle x$ とすると、 $\angle ABE=\angle x$, $\angle CBD=\angle BAE=\angle x$ より、 $\angle ACB=\angle ABC=2\angle x$ △ABCで、 $\angle x+2\angle x+2\angle x=180^\circ$ より、 $\angle x=36^\circ$ ④ (2)①(1)より、 $AC:AF=AB:AC$ だから、 $6:8=AB:6$, $AB=\frac{9}{2}$ (cm)

②点EとCを結ぶ。

 $BE \parallel CD$ より、 $\triangle EGD=\triangle EGC$ また、 $\triangle ABC \sim \triangle EGC$ だから、△ABCと△EGCの相似比を求めればよい。 $\triangle ABC \sim \triangle ACF$ より、 $AC:AF=BC:CF$, $6:8=BC:3$, $BC=\frac{9}{4}$ (cm) $BE \parallel FD$ より、 $AC:GC=AF:BF$, $6:GC=8:\left(8-\frac{9}{2}\right)$, $GC=\frac{21}{8}$ (cm)よって、相似比が、 $BC:GC=\frac{9}{4}:\frac{21}{8}=6:7$ なので、面積比は、 $6^2:7^2=36:49$

解説

① (1) $\angle x = 90^\circ$, $\angle y = 126^\circ$

(2) $\angle x = 28^\circ$, $\angle y = 42^\circ$

② (1) $5 : 2$ (2) $\frac{35}{6}$ 倍

③ (1) $1 : 3$ (2) $\sqrt{5}$ cm

- ④ (1) $\triangle ABD$ と $\triangle BFC$ において,
 $\widehat{AB}$ に対する円周角は等しいから,
 $\angle ADB = \angle BCF \dots ①$
 $\angle AEB = \angle BCF \dots ②$
 $\widehat{CD}$ に対する円周角は等しいから,
 $\angle CAD = \angle CBD \dots ③$
 $AE \parallel BD$ より, 平行線の錯角は等しいから,
 $\angle AEB = \angle DBE \dots ④$
 $BA = BC$ より, 2つの辺が等しいから,
 $\triangle BAC$ は二等辺三角形なので,
 $\angle BAC = \angle BCF \dots ⑤$
 $②, ④, ⑤$ より, $\angle BAC = \angle DBE \dots ⑥$
 $\angle BAD = \angle CAD + \angle BAC \dots ⑦$
 $\angle FBC = \angle CBD + \angle DBE \dots ⑧$
 $③, ⑥, ⑦, ⑧$ より, $\angle BAD = \angle FBC \dots ⑨$
 $①, ⑨$ より, 2組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle ABD \sim \triangle BFC$
(2) 4.5 cm

- ① (1) $\angle BAC = \angle a$ とおくと, $\angle CAD = 2\angle a$,
 $\angle BAD = 3\angle a$, $\angle BCA = \angle CAD = 2\angle a$ と表せるから,
 $\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$ より,
 $(2\angle a + 90^\circ) + 3\angle a = 180^\circ$, $\angle a = 18^\circ$
よって, $\angle y = \angle BCD = 2 \times 18^\circ + 90^\circ = 126^\circ$

- (2) 点 B と D を結ぶと, $\angle CFE = \angle CBD$
 $= 180^\circ - (90^\circ + \angle x) = 90^\circ - \angle x$

$\widehat{BF} : \widehat{BD} = 6 : 7$ より, $\angle FCE = \frac{6}{7}\angle x$

$\triangle FCE$ で, $(90^\circ - \angle x) + \frac{6}{7}\angle x + 94^\circ = 180^\circ$,

$\angle x = 28^\circ$ より, $\angle FCD = \frac{13}{7}\angle x = \frac{13}{7} \times 28^\circ = 52^\circ$

なので, 接弦定理より, $\angle AFE = \angle FCD = 52^\circ$

$\triangle AFE$ で, $\angle y + 52^\circ = 94^\circ$ より, $\angle y = 42^\circ$

- ② (1) 点 A と B を結ぶ。 $\angle KTA = \angle TBA$,
 $\angle KTA = \angle BTC$ より, $\angle TBA = \angle BTC$ だから,
 $AB \parallel TC$ よって,
 $CQ : QA = CT : BA = PT : PA = (3+2) : 2 = 5 : 2$

(2) $CQ : CA = 5 : 7$ より, $\triangle CQB = \frac{5}{7}\triangle CAB$

$CB : CP = TA : TP = 3 : 5$ より,

$\triangle CAB = \frac{3}{5}\triangle CAP$ $PA : PT = 2 : 5$ より,

$\triangle CAP = \frac{2}{5}\triangle CTP$ よって,

$\triangle CQB = \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}\triangle CTP = \frac{6}{35}\triangle CTP$ より,

$\triangle CTP = \frac{35}{6}\triangle CQB$

- ③ (1) 点 P と点 O, 点 Q と点 C をそれぞれ結ぶ。
円の接線は, 接点を通る半径に垂直だから,
 $\angle APO = 90^\circ \dots ①$
 AC は直径だから, $\angle AQC = 90^\circ \dots ②$
 $①, ②$ より, 同位角が等しいから, $PO \parallel QC$ なの
で, $AO : OC = AP : PQ = 5 : 3 \dots ③$
 $③$ より, $AO = 5a$ cm とおくと,
 $OC = BO = 3a$ cm と表せるから,
 $AB : BC = (AO - BO) : (BO + OC)$

$= (5a - 3a) : (3a + 3a) = 2a : 6a = 1 : 3$

- (2) 点 R と点 A, 点 P と点 B をそれぞれ結ぶ。
 AC, BC は直径だから, $\angle ARC = \angle BPC = 90^\circ$
より, $RA \parallel PB$ なので,

$RP : PC = AB : BC = 1 : 3$

これより, $RP = b$ cm とおくと, $PC = 3b$ cm と
表せるから, $\triangle RPA \sim \triangle QPC$ より,

$RP : QP = PA : PC$, $b : 3 = 5 : 3b$, $b^2 = 5$

$b > 0$ より, $b = \sqrt{5}$ よって, $RP = \sqrt{5}$ cm

- ④ (1) 等しい角の関係を図に示すと
右のようになる。

- (2) $\triangle ABD \sim \triangle BFC$ より,

$AD : BC = AB : BF$,

$9 : 6 = 6 : BF$, $BF = 4$ cm

$\triangle AFE \sim \triangle BFC$ より, $AE : BC = AF : BF$,

$AE : 6 = 3 : 4$, $AE = 4.5$ cm

