中３数学　5月ハイレベル模試 練習問題

1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の各問いに答えなさい。

① $-\frac{1}{4}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{3}{4}\div\left(\frac{3}{2}\right)^3$ を計算しなさい。

② $\left(\frac{16}{3}x^4y^3-\frac{28}{5}xy^4\right)\div\frac{4}{15}xy^3$ を計算しなさい。

③ 方程式 $3x+y-3=4x-5y=x-3y+7$ を解きなさい。

④ $2(x+4y)(x-4y)-(x-5y)^2$ を計算しなさい。

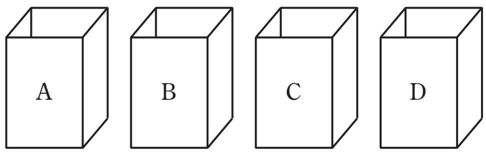
⑤ $3ax^2-15ax-42a$ を因数分解しなさい。

(2) $x+y=-2$，$xy=-\frac{16}{9}$ のとき，$x^2-7xy+y^2$ の値を求めなさい。

(3) 9個のデータ 4，5，6，6，7，12，a，$3a$，$4a$ について，最頻値は6だけであり，中央値は6である。これを満たす自然数 a の値をすべて求めなさい。

(4) 文字A，B，C，Dが書かれた4つの箱があり，右の図のように左からA，B，C，Dの順に並んでいる。また，文字A，B，C，Dが書かれたカードが1枚ずつ合計4枚ある。4枚のカードをよく切ってから，カードを1つの箱に1枚ずつ左側から順に入れていく。

このとき，箱の文字と箱に入っているカードの文字が1つだけ一致する場合は何通りあるか求めなさい。



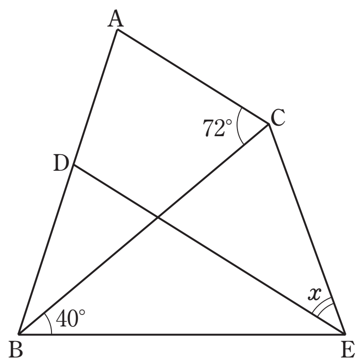
★★★

2　次の問いに答えなさい。

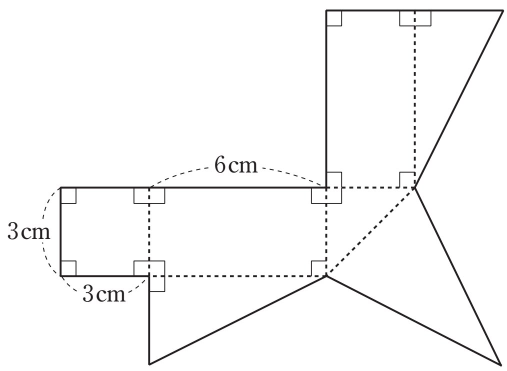
(1)　関数 $y=\dfrac{a}{x}$ において，x の変域が $2 \leqq x \leqq 6$ のとき，y の変域が $-9 \leqq y \leqq b$ である。このとき，a，b の値をそれぞれ求めなさい。

(2)　直線 $4x+3y=5$ が，2つの直線 $3x-ay=2$，$-x+y=11$ の交点を通るとき，a の値を求めなさい。

(3)　右の図で，△ABC≡△DEBである。∠ACB＝72°，∠CBE＝40°のとき，∠x の大きさを求めなさい。



(4)　右の図は，ある立体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体の体積を求めなさい。



★★★

3　x，yについての連立方程式$\begin{cases}3x-2y=5\\ax-8y=2\end{cases}$がある。これについて，次の問いに答えなさい。

(1)　$a=\dfrac{3}{2}$のとき，この連立方程式を解きなさい。

(2)　aが自然数のとき，次の問いに答えなさい。

①　xが自然数となるようなaの値の個数を求めなさい。

②　x，yがともに自然数となるようなaの値をすべて求めなさい。

★★★

4 次のように，ある一定の規則にしたがって自然数が並んでいる。

1，2，1，3，2，1，4，3，2，1，5，…，1，11，10，9，…

例えば，3回目に現れる2は9番目の数である。
これについて，次の問いに答えなさい。

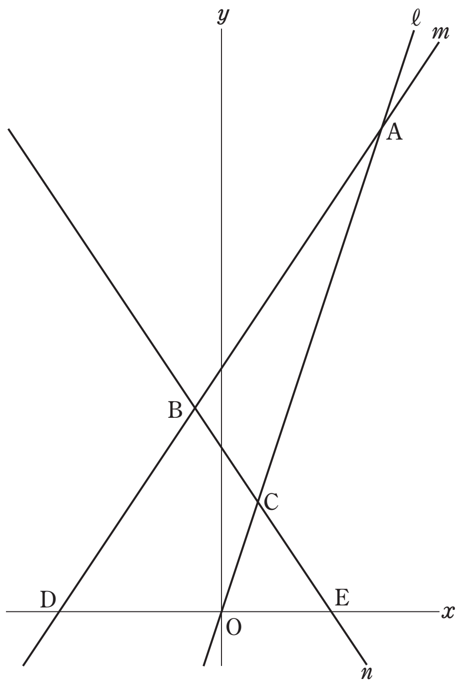
(1) 28番目の数を求めなさい。

(2) 7回目に現れる4は何番目の数か求めなさい。

(3) 1番目の数から6回目に現れる7までの数の和を求めなさい。

5 右の図で，直線ℓの式は$y=3x$，直線mの式は$y=\dfrac{3}{2}x+9$であり，点Aは直線ℓ，mとの交点である。また，点Bは直線m上の点でx座標は-1であり，点Cは直線ℓ上の点で，直線nは2点B，Cを通る直線である。さらに，点Dは直線mとx軸，点Eは直線nとx軸との交点で，点Eのx座標は4である。

このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 直線nの式を求めると，

$y=\boxed{}x+\boxed{}$

となる。$\boxed{}$にあてはまる数を答えなさい。

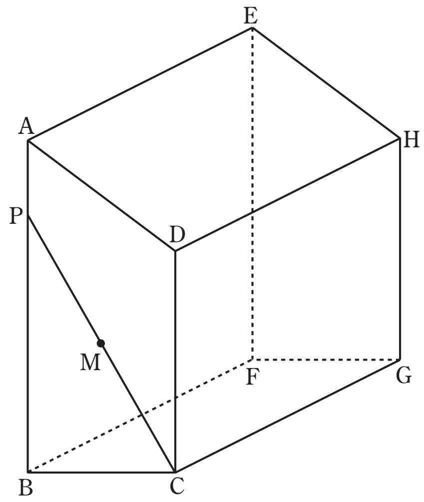
(2) 点Aを通り△ADOの面積を2等分する直線とx軸，y軸との交点をそれぞれP，Qとする。

このとき，△ABCの面積と四角形BDPQの面積の比を，**もっとも簡単な整数の比**で表しなさい。

★★★

6 右の図は，AB＝9 cm，BC＝4 cm，CD＝6 cm，∠ABC＝∠BCD＝90°の台形ABCDを底面とし，側面がすべて長方形である四角柱ABCD-EFGHである。また，点Pは辺AB上の点で，点Mは線分CPの中点である。

AE＝8 cmのとき，次の問いに答えなさい。



(1) AP＝1 cmのとき，5点A，C，D，F，Pを頂点とする五面体の体積を求めなさい。

(2) AP＝2 cmのとき，4点E，H，P，Mを頂点とする四面体の体積を求めなさい。

★★★

中３数学　5月ハイレベル模試 練習問題

氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得点＿＿＿＿

1	(1)	①	②	③ $x=$　　，$y=$ (完答)		1(1) 各3点×5＝15点 ⑩
		④	⑤			
	(2)		(3) $a=$ (完答，順不同可)	(4) 通り		1(2)〜(4) 各5点×3＝15点 ⑪

2	(1) $a=$　　，$b=$ (完答)	(2) $a=$		
	(3) $\angle x=$　　度	(4) cm^3		2 各5点×4＝20点 ⑫

3	(1) $x=$　　，$y=$ (完答)	(2) ①　　個	② $a=$ (完答，順不同可)	3 各5点×3＝15点 ⑬

4	(1)	(2)　　番目	(3)	4 各5点×3＝15点 ⑭

5	(1) $y=\boxed{\quad}x+\boxed{\quad}$ (完答)	(2) △ABC：四角形BDPQ＝　：		5 各5点×2＝10点 ⑮

6	(1)　　cm^3	(2)　　cm^3		6 各5点×2＝10点 ⑯

中３数学　5月ハイレベル模試 練習問題

解答

1　(1)　①　$\frac{1}{9}$　②　$20x^3-21y$　③　$(x=)3$，$(y=)1$　④　$x^2+10xy-57y^2$
　⑤　$3a(x+2)(x-7)$　(2)　20　(3)　$(a=)2$，6　(4)　8(通り)

2　(1)　$(a=)-18$，$(b=)-3$　(2)　$(a=)-2$　(3)　38(度)　(4)　45(cm^3)

3　(1)　$(x=)\frac{12}{7}$，$(y=)\frac{1}{14}$　(2)　①　5(個)　②　$(a=)6$，10

4　(1)　1　(2)　52(番目)　(3)　343

5　(1)　$y=\boxed{-\frac{3}{2}}x+\boxed{6}$　(2)　49：33

6　(1)　$\frac{112}{3}$(cm^3)　(2)　$\frac{32}{3}$(cm^3)

配点

1　(1)各３点×５＝15点
　(2)〜(4)
　各５点×３＝15点
2　各５点×４＝20点
3　各５点×３＝15点
4　各５点×３＝15点
5　各５点×２＝10点
6　各５点×２＝10点

―採点基準―　1(1)③，(3)，2(1)，3(1)，(2)②，5(1)　完答。

〔解説〕

1　(1)　④　$2(x+4y)(x-4y)-(x-5y)^2=2(x^2-16y^2)-(x^2-10xy+25y^2)=x^2+10xy-57y^2$

⑤　$3ax^2-15ax-42a=3a(x^2-5x-14)=3a(x+2)(x-7)$

(2)　$x^2-7xy+y^2=(x^2+2xy+y^2)-9xy=(x+y)^2-9xy$。これに$x+y=-2$，$xy=-\frac{16}{9}$を代入すると，
$(-2)^2-9\times\left(-\frac{16}{9}\right)=20$。**➡難関校入試にアクセス**

(3)　$a=1$と$a\geqq7$のときは中央値が6にならないから，$a=2$，3，4，5，6について調べる。
$a=2$のとき，2，4，5，6，6，6，7，8，12で，最頻値も中央値も6。
$a=3$のとき，3，4，5，6，6，7，9，12，12で，最頻値が6と12になり不適。
$a=4$のとき，4，4，5，6，6，7，12，12，16で，最頻値が4と6と12になり不適。
$a=5$のとき，4，5，5，6，6，7，12，15，20で，最頻値が5と6になり不適。
$a=6$のとき，4，5，6，6，6，7，12，18，24で，最頻値も中央値も6。
よって，$a=2$，6。

(4)　箱の文字と箱に入っているカードの文字がAだけ一致するのは，右の表の2通り。
Bだけ，Cだけ，Dだけ一致する場合も同様に2通りずつある。
よって，求める場合の数は，$2\times4=8$(通り)。

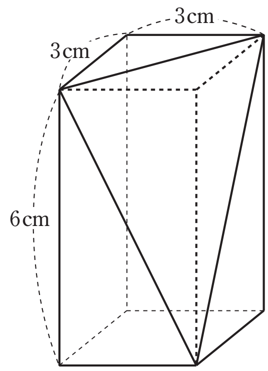
箱	A	B	C	D
カード	A	C	D	B
	A	D	B	C

2　(1)　xの変域とyの変域の関係より，$a<0$。よって，$x=2$に$y=-9$，$x=6$に$y=b$が対応する。
したがって，$a=2\times(-9)=-18$。式は$y=-\frac{18}{x}$になるから，$b=-\frac{18}{6}=-3$。

(2)　3つの直線は1点で交わる。その交点の座標は，直線$4x+3y=5$，$-x+y=11$より，
$(-4,\ 7)$。この点を直線$3x-ay=2$が通るから，$3\times(-4)-7a=2$，$a=-2$。

(3)　$\triangle ABC\equiv\triangle DEB$より，$\angle ABC=\angle DEB$…①，$\angle DBE=\angle ACB=72°$…②，
$BC=EB$…③。①，②より，$\angle DEB=\angle ABC=\angle DBE-\angle CBE=72°-40°=32°$…④。
③より，$\triangle BEC$で，$\angle BEC=(180°-40°)\div2=70°$…⑤。
④，⑤より，$\angle x=70°-32°=38°$。

(4)　展開図を組み立てると，右の図のような直方体から三角錐を切り取った立体になる。
よって，求める体積は，$3\times3\times6-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times6=45(\mathrm{cm}^3)$。



3　$3x-2y=5$…㋐，$ax-8y=2$…㋑とする。

(1)　$a=\frac{3}{2}$のとき，㋐－㋑×2より，$14y=1$，$y=\frac{1}{14}$。これを㋐に代入すると，$3x-2\times\frac{1}{14}=5$，$x=\frac{12}{7}$。

(2)　①　㋐×4－㋑より，$(12-a)x=18$…㋒。㋒より，xが自然数となるのは，$12-a$が18の正の約数のときである。
また，aが自然数なので，$12-a$は12未満だから，$12-a=9$，6，3，2，1。つまり，$a=3$，6，9，10，11。
したがって，aの値の個数は5個。

②　㋐より，$y=\frac{3x-5}{2}$だから，yが自然数となるのは，xが3以上の奇数のときである。㋒より，$12-a$とxの値の関係は右の表のようになる。
したがって，x，yがともに自然数となるようなaの値は，$a=6$，10。

$12-a$	9	6	3	2	1
x	2	3	6	9	18
	×	○	×	○	×

4　$1 \mid 2,\ 1 \mid 3,\ 2,\ 1 \mid 4,\ 3,\ 2,\ 1 \mid 5,\ \cdots$のように数の列を区切り，左から第1群，第2群，第3群，…とする。
第k群は，k，$k-1$，…，2，1のk個の数からなっている。

(1)　$1+2+3+4+5+6+7=28$より，28番目の数は第7群の7番目の数である。よって，1。

(2)　4は第4群の1番目にはじめて現れるから，7回目に現れる4は，第$(4+7-1=)$10群の$(10-4+1=)$7番目の数である。第9群までの数の個数は，$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$(個)。
よって，7回目に現れる4は，$45+7=52$(番目)。

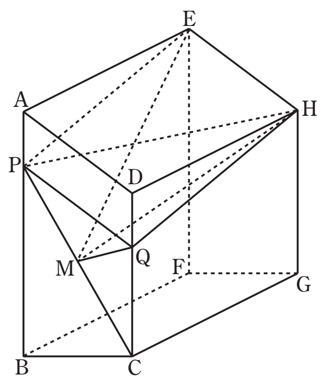
(3)　7は第7群の1番目にはじめて現れるから，6回目に現れる7は，第$(7+6-1=)$12群の$(12-7+1=)$6番目の数である。1は第1～11群に11個，2は第2～11群に10個，3は第3～11群に9個，4は第4～11群に8個，5は第5～11群に7個，6は第6～11群に6個，7は第7～12群に6個，8は第8～12群に5個，9は第9～12群に4個，10は第10～12群に3個，11は第11，12群に2個，12は第12群に1個ある。
よって，$1\times11+2\times10+3\times9+4\times8+5\times7+6\times6+7\times6+8\times5+9\times4+10\times3+11\times2+12\times1=343$。

5　(1)　点Bのy座標は，$y=\frac{3}{2}\times(-1)+9=\frac{15}{2}$で，$\mathrm{B}\left(-1,\ \frac{15}{2}\right)$。これとE(4，0)より，直線$n$の式は$y=-\frac{3}{2}x+6$。

(2)　直線mの式より，D$(-6,\ 0)$。直線ℓ，mの式より，A(6，18)。直線ℓ，nの式より，$\mathrm{C}\left(\frac{4}{3},\ 4\right)$。
点Aを通り△ADOの面積を2等分する直線は，DOの中点$(-3,\ 0)$を通るから，P$(-3,\ 0)$となり，2点A，Pを通る直線の式は$y=2x+6$となるから，Q(0，6)。また，(1)で求めた式より，点Qは直線n上にある。
四角形BDPQ＝△BDE－△QPE$=\frac{1}{2}\times\{4-(-6)\}\times\frac{15}{2}-\frac{1}{2}\times\{4-(-3)\}\times6=\frac{75}{2}-21=\frac{33}{2}$。
△ABC＝△ADO－四角形BDOC＝△ADO－(△BDE－△COE)$=\frac{1}{2}\times6\times18-\left(\frac{75}{2}-\frac{1}{2}\times4\times4\right)=\frac{49}{2}$。
よって，△ABC：四角形BDPQ$=\frac{49}{2}:\frac{33}{2}=49:33$。

6　(1)　台形APCDを底面，BFを高さとする四角錐とみることができるから，求める体積は，$\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(1+6)\times4\right\}\times8=\frac{112}{3}(\mathrm{cm}^3)$。

(2)　辺DC上にDQ＝2cmとなる点Qをとると，四角形APQDは平行四辺形になる。
また，四角形ADHEは長方形だから，四角形EPQHは平行四辺形。
△EPH≡△QHPだから，三角錐M-EPH(4点E，H，P，Mを頂点とする立体)の体積と三角錐M-QHPの体積は等しい。三角錐M-QHPは，△PQMを底面とし，DHを高さとする三角錐とみることもできる。ここで，点Mは線分CPの中点だから，$\triangle\mathrm{PQM}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{PQC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(6-2)\times4=4(\mathrm{cm}^2)$。
したがって，求める体積は，$\frac{1}{3}\times4\times8=\frac{32}{3}(\mathrm{cm}^3)$。



☆ 難関校入試にアクセス

1　対称式〔鎌倉学園〕

$x+y=3$，$xy=1$のとき，x^2-xy+y^2の値を求めよ。

〔解説〕
$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$より，
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$だから，

$$\begin{aligned}x^2-xy+y^2&=x^2+y^2-xy\\&=(x+y)^2-2xy-xy\\&=(x+y)^2-3xy\\&=3^2-3\times1=6\end{aligned}$$

〔答え〕　6

xとyの式で，xとyを入れかえても全体として式が変わらないものを，x，yの対称式といいます。

例えば，x^2+xy+y^2，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ などは対称式です。また，対称式の中で特に，$x+y$，xy の 2 つを，x，y の基本対称式といいます。

一般に，対称式は基本対称式で表すことができます。上の 2 つの式についていえば，

$$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy \qquad \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}$$

と表すことができます。

つまり，複雑な対称式でも，基本対称式を組み合わせた式で表すことで，その対称式の値を簡単に求めることができます。