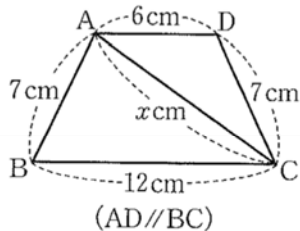


前回に続き、三平方の定理の利用です。前回の問題よりも少し難易度が上がっていますが、どれも実戦的な内容です。1問でも多く解けるように全力で戦ってください。

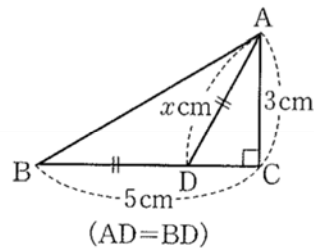
① 次の図で、 x の値を求めよ。

■(1)



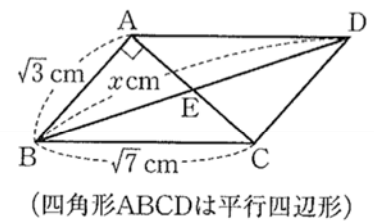
〔東京都独自〕

■(2)



〔京華高〕

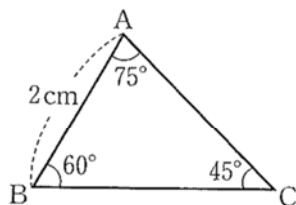
□(3)



〔国学院栃木高〕

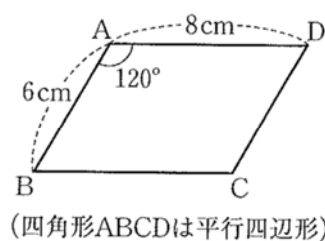
② 次の図形の面積を求めよ。

■(1)



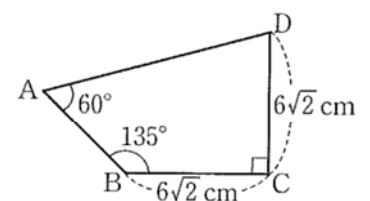
〔武蔵工大高〕

■(2)



〔青森県〕

□(3)



〔奈良県〕

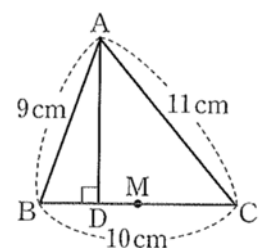
③ 右の図のような $AB=9\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$, $CA=11\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ において、頂点Aから辺BCにひいた垂線と辺BCの交点をD、辺BCの中点をMとする。次の問いに答えよ。

〔星翔高〕

■(1) 線分BDの長さを求めよ。

■(2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

■(3) 線分AMの長さを求めよ。

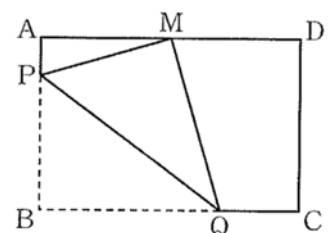


④ 右の図のように、縦が8 cm、横が12 cmの長方形の紙ABCDがある。辺ADの中点をMとし、頂点Bが点Mに重なるようにこの紙を折るときの折り目の線分をPQとする。次の線分の長さを求めよ。

〔明治学院東村山高〕

■(1) 線分PM

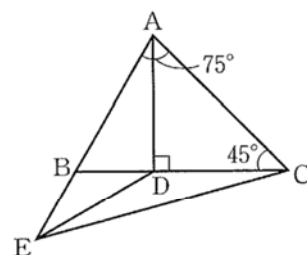
■(2) 線分MQ



(計算用紙)

- 1 右の図のような $\angle BAC=75^\circ$, $\angle ACB=45^\circ$ の $\triangle ABC$ において、頂点Aから辺BCに垂線ADをひき、辺ABの延長上に $CD=DE$ となる点Eをとる。 $CD=\sqrt{3}\text{ cm}$ のとき、次の問いに答えよ。

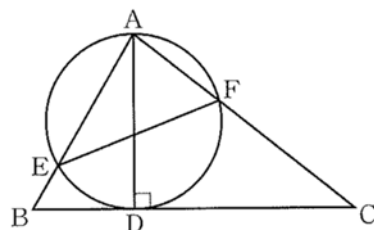
[大宮開成高]



- (1) 線分ACの長さを求めよ。
 □(2) $\angle BDE$ の大きさを求めよ。
 □(3) 線分AEの長さを求めよ。
 □(4) $\triangle CDE$ の面積を求めよ。

- 2 右の図で、点Dは $\triangle ABC$ の辺BC上の点で、 $\angle ADC=90^\circ$ である。点E, Fはそれぞれ線分ADを直径とする円と、辺AB, ACとの交点である。 $AB=5\text{ cm}$, $BC=8\text{ cm}$, $AC=7\text{ cm}$ のとき、次の問いに答えよ。

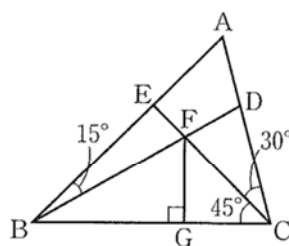
[愛知県]



- (1) 線分ADを直径とする円の面積を求めよ。
 □(2) 線分EFの長さを求めよ。

- 1 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AC上に点D, 辺AB上に点Eをとり、線分BDと線分CEの交点をFとする。また、点Fから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点をGとする。 $\angle ABD=15^\circ$, $\angle ACE=30^\circ$, $\angle BCE=45^\circ$, $CF=CD=\sqrt{2}$ のとき、次の問いに答えよ。

[佼成学園女子高]

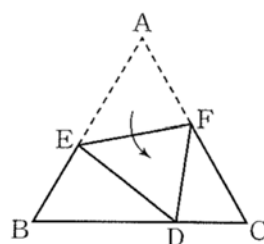


- (1) $\angle CEB$ の大きさを求めよ。 □(2) 辺BCの長さを求めよ。
 □(3) $\triangle EBF$ の面積を求めよ。

- 2 右の図のように、1辺が12cmの正三角形の紙ABCがある。辺BC上に、 $CD=4\text{ cm}$ となる点Dをとり、頂点Aが点Dに重なるように折る。このとき、次の線分の長さを求めよ。

[成城高]

- (1) 線分BE □(2) 線分CF



(計算用紙)

① (1) $x=11$ (2) $x=\frac{17}{5}$ (3) $x=4$

② (1) $\frac{\sqrt{3}+3}{2}\text{cm}^2$ (2) $24\sqrt{3}\text{cm}^2$
(3) $24\sqrt{3}+36(\text{cm}^2)$

③ (1)3 cm (2) $30\sqrt{2}\text{cm}^2$ (3) $2\sqrt{19}\text{cm}$

④ (1) $\frac{25}{4}\text{cm}$ (2) $\frac{25}{3}\text{cm}$

① (1)AからBCに垂線AHをひくと、
BH=(12-6)÷2=3 (cm)より、
AH= $\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$ (cm)

△ACHで、 $x=\sqrt{(2\sqrt{10})^2+(12-3)^2}=11$

(2)BD=AD=x cmより、CD=5-x (cm)

△ACDで、 $3^2+(5-x)^2=x^2$, $x=\frac{17}{5}$

(3)△ABCで、 $AC=\sqrt{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}=2$ (cm)

Eは対角線の中点だから、AE=1 cm

△ABEで、BE= $\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$ (cm)より、
x=2BE=2×2=4

② (1)AからBCに垂線AHをひくと、BH=1 cm、
AH=CH= $\sqrt{3}$ cmだから、
 $\frac{1}{2}\times(1+\sqrt{3})\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}+3}{2}(\text{cm}^2)$

(2)AからBCに垂線AHをひくと、∠ABH=60°
より、AH= $3\sqrt{3}$ cmなので、
 $8\times 3\sqrt{3}=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(3)BとDを結ぶと、BD= $6\sqrt{2}\times\sqrt{2}=12$ (cm)
△ABDで、∠ABD=90°であり、

AB= $12\times\frac{1}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$ (cm)なので、

四角形ABCD=△ABD+△BCD

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 12+\frac{1}{2}\times(6\sqrt{2})^2$

$=24\sqrt{3}+36(\text{cm}^2)$

③ (1)BD=x cmとすると、線分ADについて、
 $9^2-x^2=11^2-(10-x)^2$, $x=3$

(2)AD= $\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$ (cm)より、

△ABC= $\frac{1}{2}\times 10\times 6\sqrt{2}=30\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(3)DM=BM-BD=5-3=2 (cm)より、

AM= $\sqrt{(6\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{19}$ (cm)

④ (1)PM=PB=x cmとすると、AP=8-x (cm)だ
から、△APMで、 $(8-x)^2+6^2=x^2$, $x=\frac{25}{4}$

(2)QからADに垂線QHをひく。

△PAM $\sim$ △MHQより、AM:HQ=PM:MQ、

$6:8=\frac{25}{4}:MQ$, $MQ=\frac{25}{3}\text{cm}$

① (1) $\sqrt{6}\text{cm}$ (2)30° (3)3 cm (4) $\frac{3}{4}\text{cm}^2$

② (1) $\frac{75}{16}\pi\text{cm}^2$ (2) $\frac{30}{7}\text{cm}$

① (2)DE=CD=ADより、

∠DEA=∠DAE=75°-45°=30°

よって、∠ADE=180°-30°×2=120°、

∠ADB=90°より、∠BDE=120°-90°=30°

(3)AD= $\sqrt{3}\text{cm}$ より、△ABDで、BD=1 cm、

AB=2 cm また、∠BED=∠BDEより、

BE=BD=1 cm AE=AB+BE=2+1=3 (cm)

(4)EからCBの延長に垂線EHをひくと、

EH= $\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (cm)だから、

△CDE= $\frac{1}{2}\times CD\times EH=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $=\frac{3}{4}(\text{cm}^2)$

② (1)BD=x cmとすると、線分ADについて、

$5^2-x^2=7^2-(8-x)^2$ より、 $x=\frac{5}{2}$ なので、

AB:BD=5: $\frac{5}{2}=2:1$ より、∠ABD=60°と

なり、AD= $\sqrt{3}BD=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (cm)

よって、線分ADを直径とする円の半径は、

$\frac{5\sqrt{3}}{2}\div 2=\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (cm)

求める円の面積は、 $\pi\times\left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2=\frac{75}{16}\pi(\text{cm}^2)$

(2)DとEを結ぶと、

ADは直径だから、

∠AED=90°

∠AED=∠ADB

=90°、

∠DAE=∠BADより、△ADE $\sim$ △ABD

よって、∠ADE=∠ABD=60°…①だから、

AE= $\frac{\sqrt{3}}{2}AD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{5\sqrt{3}}{2}=\frac{15}{4}$ (cm)

次に、 $\widehat{AE}$ に対する円周角は等しいから、

∠AFE=∠ADEであり、①より、

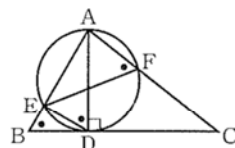
∠ABD=∠AFE、すなわち、

∠ABC=∠AFE これと、∠BAC=∠FAE

より、△ABC $\sim$ △AFEとなる。

よって、AC:AE=CB:EF、

$7:\frac{15}{4}=8:EF$, $EF=\frac{30}{7}\text{cm}$



$$\text{①} \quad (1) 90^\circ \quad (2) \sqrt{3} + 1 \quad (3) \frac{1}{2}$$

$$\text{②} \quad (1) 5 \text{ cm} \quad (2) \frac{32}{5} \text{ cm}$$

$$\text{①} \quad (1) CF = CD \text{ より, } \angle CDF = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

$\triangle BCD$ で,

$$\angle CBD = 180^\circ - \{(45^\circ + 30^\circ) + 75^\circ\} = 30^\circ$$

$\triangle CEB$ で,

$$\angle CEB = 180^\circ - \{(15^\circ + 30^\circ) + 45^\circ\} = 90^\circ$$

$$(2) \triangle CFG \text{ で, } GC = GF = \frac{1}{\sqrt{2}} CF = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 1$$

$$\triangle BFG \text{ で, } BG = \sqrt{3} GF = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$$

$$\text{よって, } BC = BG + GC = \sqrt{3} + 1$$

$$(3) BE = CE = \frac{1}{\sqrt{2}} BC = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{3} + 1) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2},$$

$$EF = CE - CF = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \text{ より,}$$

$$\triangle EBF = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{②} \quad (1) E \text{ から } BC \text{ に垂線 } EH \text{ をひく。} BE = x \text{ cm とす}$$

$$\text{ると, } DE = AE = 12 - x \text{ (cm), } BH = \frac{1}{2} x \text{ cm,}$$

$$EH = \frac{\sqrt{3}}{2} x \text{ cm, } DH = 8 - \frac{1}{2} x \text{ (cm) だから,}$$

$$\triangle EHD \text{ で, } \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 + \left(8 - \frac{1}{2} x\right)^2 = (12 - x)^2$$

これを解いて, $x = 5$

$$(2) \triangle DBE \text{ と } \triangle FCD \text{ において,}$$

$$\angle DBE = \angle FCD = 60^\circ \cdots \text{①}$$

$$\angle EDB = 180^\circ - (\angle EDF + \angle FDC)$$

$$= 120^\circ - \angle FDC$$

$$\angle DFC = 180^\circ - (\angle FCD + \angle FDC)$$

$$= 120^\circ - \angle FDC$$

$$\text{なので, } \angle EDB = \angle DFC \cdots \text{②}$$

$$\text{①, ②より, } \triangle DBE \sim \triangle FCD \text{ だから,}$$

$$BE : CD = BD : CF,$$

$$5 : 4 = 8 : CF, \quad CF = \frac{32}{5} \text{ cm}$$