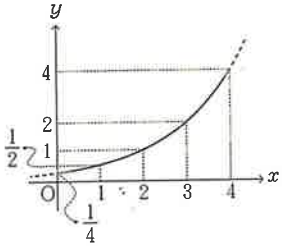
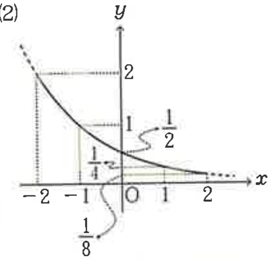
◇練成問題Ｂ〔Ｐ 163〕

1 (1)



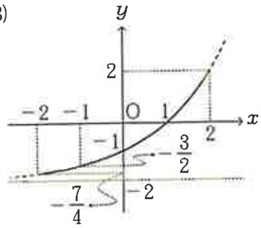
$y=2^x$ を x 軸の正方向に 2 だけ平行移動

(2)



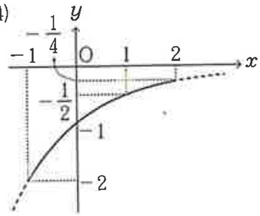
$y=2^x$ を y 軸に関して対称に折り返し，それを x 軸の負方向に 1 だけ平行移動

(3)



$y=2^x$ を y 軸の負方向に 2 だけ平行移動

(4)



$y=2^x$ を原点に関して対称に移動したもの

2 (1) $x=-\frac{1}{3}$　(2) $x=3$　(3) $x=\frac{9}{4}$

(4) $x=1$　(5) $x=-\frac{1}{4}$

［解説］

(1) 与式 $\iff 2^{\frac{1+x}{2}}=2^{2x+1}$

$\iff \frac{1+x}{2}=2x+1$

(2) 与式 $\iff 3^{-x+3}=3^{\frac{2}{3}x-2}$

$\iff -x+3=\frac{2}{3}x-2$

(3) 与式 $\iff 2^{2\sqrt{x}}=2^3 \iff 2\sqrt{x}=3$

(4) 与式 $\iff 5^{\frac{x+1}{2}}=5^1 \iff \frac{x+1}{2}=1$

(5) 与式 $\iff 3^{-3x+1}=3^{2+x} \iff -3x+1=2+x$

3 (1) $x \leqq \frac{4}{3}$　(2) $-4 \leqq x \leqq 4$　(3) $x \leqq \frac{7}{4}$

(4) $x \leqq 0$　(5) $x \geqq \frac{9}{10}$

［解説］

(1) 与式 $\iff 2^{\frac{3}{4}x+1} \leqq 2^2 \iff \frac{3}{4}x+1 \leqq 2$

(2) 与式 $\iff 2^{-1} \leqq 2^{\frac{x}{2}+1} \leqq 2^3$

$\iff -1 \leqq \frac{x}{2}+1 \leqq 3$

(3) 与式 $\iff 2^{-\frac{2x-1}{5}} \geqq 2^{-\frac{1}{2}}$

$\iff -\frac{2x-1}{5} \geqq -\frac{1}{2}$

(4) 与式 $\iff 3^{-3x+1} \geqq 3^{x+1} \iff -3x+1 \geqq x+1$

(5) 与式 $\iff 2^{-6x-1} \leqq 2^{4x-10}$

$\iff -6x-1 \leqq 4x-10$

4 (1) $x=1,\ -1$　(2) $x=-\frac{3}{2},\ -\frac{5}{2}$

［解説］

(1) $5^x=t$ とおくと，与式は $5t^2-26t+5=0$

これを解くと $t=5,\ \frac{1}{5}$ を得る．

(2) $2^x=t$ とおくと，与式は $16t^2-6\sqrt{2}\,t+1=0$

これを解くと $t=\frac{1}{2\sqrt{2}},\ \frac{1}{4\sqrt{2}}$ を得る．

5 (1) $x \neq 0$　(2) $-2 \leqq x \leqq -1$

［解説］

(1) 与式 $\iff 2^x-1 \neq 0$

(2) $2^x=t$ とおけば与式は，$2t^2+1 \leqq -6(t^2-t)$ となり，これを整理すると $8t^2-6t+1 \leqq 0$

これを解いて $\frac{1}{4} \leqq t \leqq \frac{1}{2}$ が得られる．

6 (1) $\sqrt[8]{128},\ \sqrt[5]{16},\ \sqrt[3]{4}$　(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{6}},\ 1,\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}}$

(3) $\frac{1}{\sqrt[3]{25}},\ \frac{\sqrt[7]{25}}{5},\ \frac{1}{\sqrt[4]{125}}$

［解説］

(1) $\sqrt[5]{16}=2^{\frac{4}{5}},\ \sqrt[3]{4}=2^{\frac{2}{3}},\ \sqrt[8]{128}=2^{\frac{7}{8}}$

$\frac{2}{3}<\frac{4}{5}<\frac{7}{8}$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{6}}=3^{\frac{1}{6}}>1,\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}}=2^{-\frac{1}{7}}<1$

(3) $\frac{1}{\sqrt[4]{125}}=5^{-\frac{3}{4}},\ \frac{\sqrt[7]{25}}{5}=5^{\frac{2}{7}-1}=5^{-\frac{5}{7}},\ \frac{1}{\sqrt[3]{25}}=5^{-\frac{2}{3}}$

$-\frac{3}{4}<-\frac{5}{7}<-\frac{2}{3}$

32　対数とその性質〔Ｐ 164～Ｐ 167〕

◇確認問題〔Ｐ 164～Ｐ 165〕

1 (1) $\log_4 64=3$　(2) $\log_{16} 2=\frac{1}{4}$

(3) $\log_2 0.5=-1$　(4) $\log_{\frac{1}{9}}\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

2 (1) 3　(2) $\frac{1}{2}$　(3) -2　(4) 2

［解説］

(1) $2^3=8$

(2) $\sqrt{9}=3$

(3) $\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=4$

(4) $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

3 (1) 2　(2) 5　(3) $-\frac{3}{2}$　(4) $\frac{5}{4}$

［解説］

(1) 与式 $=\log_{12}144=\log_{12}12^2$

(2) 与式 $=\log_3\frac{81}{\frac{1}{3}}=\log_3 3^5$

(3) 与式 $=-\log_3\sqrt{27}=-\frac{1}{2}\log_3 27=-\frac{1}{2}\log_3 3^3$

(4) 与式 $= \frac{1}{2}\log_4 32 = \frac{1}{2}\log_4 4^{\frac{5}{2}}$

4 (1) $\frac{5}{2}$　(2) $1 + 2\log_2 5$　(3) 2

[解説]

(1) 与式 $= \frac{\log_2 5}{\log_2 4} \times \frac{\log_2 32}{\log_2 5} = \frac{\log_2 2^5}{\log_2 2^2} = \frac{5}{2}$

(2) 与式 $= \log_2 5 \times \frac{\log_2 50}{\log_2 5} = \log_2 2 + 2\log_2 5$

(3) 与式 $= \log_7 5 \div \frac{\log_7 5}{\log_7 49} = \log_7 7^2$

◇練成問題A〔P 166〕

1 (1) $\log_{13}169 = 2$　(2) $\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$

(3) $\log_{10}0.001 = -3$　(4) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$

(5) $\log_{\frac{1}{4}} 16 = -2$　(6) $\log_{\frac{1}{81}} 9 = -\frac{1}{2}$

2 (1) 10　(2) -2　(3) -2　(4) -2

(5) 3　(6) -1

[解説]

(1) $1024 = 2^{10}$

(2) $\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2}$

(3) $0.01 = \frac{1}{10^2}$

(4) $9 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}$

(5) $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

(6) $10 = \frac{1}{0.1}$

3 (1) $\frac{4}{5}$　(2) $-\frac{1}{4}$　(3) $-\frac{1}{4}$　(4) $\frac{5}{2}$　(5) 4

[解説]

(1) 与式 $= \log_3 3^{\frac{4}{5}}$

(2) 与式 $= \log_9 9^{-\frac{1}{4}}$

(3) 与式 $= \log_8 8^{-\frac{1}{4}}$

(4) 与式 $= -\log_4 4^{-2} + \log_{16} 16^{\frac{1}{2}} = -(-2) + \frac{1}{2}$

(5) 与式 $= \log_{\sqrt{50}} (\sqrt{50})^4$

4 (1) $-\frac{15}{4}\log_3 2$　(2) $5\log_5 2$　(3) $2 + \log_5 3$

(4) $3 + 6\log_3 2$　(5) $-\frac{1}{3}$　(6) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_5 2$

(7) 6

[解説]

(1) 与式 $= \frac{1}{4}\log_3 2^3 - 2\log_3 2^2 + \log_3 2^{-\frac{1}{2}}$

$= \left\{\frac{3}{4} - 4 + \left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\log_3 2$

(2) 与式 $= \log_5 2^3 - \log_5 2^{-2}$

$= \{3 - (-2)\}\log_5 2$

(3) 与式 $= \log_5 3 \times \frac{\log_5 75}{\log_5 3} = \log_5 5^2 + \log_5 3$

(4) 与式 $= \log_3 2^3 \div \frac{\log_3 2}{\log_3 12} = 3\log_3 2 \times \frac{\log_3 2^2 + \log_3 3}{\log_3 2}$

(5) 与式 $= \log_{27}\left(27^{-\frac{1}{3}}\right)$

(6) 与式 $= \log_5 7 \times \frac{\log_5 5 + \log_5 2}{\log_5 7^2}$

(7) 与式 $= \log_3 5^2 \times \frac{\log_3 3^3}{\log_3 5}$

◇練成問題B〔P 167〕

1 (1) $3\alpha + 2\beta + \gamma$　(2) $\frac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma)$

(3) $\alpha + \gamma - 2\beta$　(4) $-(\alpha + \beta + \gamma)$

(5) $\frac{1}{3}\alpha + \frac{1}{4}\beta + \frac{1}{2}\gamma$　(6) $\frac{1}{6}\alpha + \frac{1}{3}\beta - \frac{1}{3}\gamma$

[解説]

(4) 与式 $= \log_a \frac{1}{xyz}$

(6) 与式 $= \frac{1}{3}\log_a x^{\frac{1}{2}} yz^{-1}$

2 (1) $\frac{1}{\alpha}$　(2) $\alpha\beta$　(3) $\frac{\alpha\beta}{1 + \alpha}$　(4) $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + 2}$

(5) $-\frac{2}{2 + \alpha}$　(6) $\frac{\alpha}{\alpha + 3}(1 + 2\beta)$

[解説]

(1) 与式 $= \frac{\log_2 2}{\log_2 3}$

(2) 与式 $= \frac{\log_3 5}{\log_3 2} = \frac{\beta}{\frac{1}{\alpha}}$

(3) 与式 $= \frac{\log_3 5}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{\beta}{\frac{1}{\alpha} + 1}$

(4) 与式 $= \frac{\log_3 5^2}{\log_3 12} = \frac{2\beta}{\log_3 3 + \log_3 2^2} = \frac{2\beta}{1 + 2 \times \frac{1}{\alpha}}$

(5) 与式 $= \frac{\log_2 \frac{1}{4}}{\log_2 12} = \frac{\log_2 2^{-2}}{\log_2 2^2 + \log_2 3}$

(6) 与式 $= \frac{\log_3 75}{\log_3 24} = \frac{\log_3 3 + \log_3 5^2}{\log_3 3 + \log_3 2^3} = \frac{1 + 2\beta}{1 + \frac{3}{\alpha}}$

3 (1) $-\frac{13}{4}\log_3 2$　(2) $4 + \frac{2}{3}\log_5 2$　(3) 0

(4) $-\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\log_4 3$

[解説]

(1) 与式 $= 5\log_3 2^{\frac{1}{4}} - \log_3 2^3 + \frac{3}{2}\log_3 2^{-1}$

$= \left\{\frac{5}{4} - 3 + \left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\log_3 2$

(2) 与式 $= 4(\log_5 5 + \log_5 2) - \log_5 2^4 - \frac{1}{3}\log_5 2^{-2}$

$= 4 + \left\{4 - 4 - \left(-\frac{2}{3}\right)\right\}\log_5 2$

(3) 与式 $= 2\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^4 = -4 + 4$

(4) 与式 $= \log_4 4^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}\left(\log_4 4^{\frac{5}{2}} + \log_4 3\right) - \log_4 3^{\frac{1}{3}}$

$= \left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\log_4 3$

4 (1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\log_2 5$　　(2) $-\frac{5}{4}$

(3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2 3$　　(4) $\frac{11}{3}$

[解説]

(1) 与式 $= \dfrac{\log_2 5}{\log_2 16} - \dfrac{1}{4}\,\dfrac{\log_2(2 \times 5)}{\log_2 \frac{1}{2}}$

$= \dfrac{\log_2 5}{4} + \dfrac{1}{4}(1 + \log_2 5)$

(2) 与式 $= \dfrac{\log_2 2^{\frac{5}{2}}}{\log_2 \frac{1}{4}} = \dfrac{\frac{5}{2}}{-2}$

(3) 与式 $= \left(\log_2 3^2 - \dfrac{\log_2 3^3}{\log_2 4}\right)\dfrac{\log_2(2 \times 3)}{\log_2 3}$

$= \left(2 - \frac{3}{2}\right)\log_2 3 \times \dfrac{1 + \log_2 3}{\log_2 3}$

(4) 与式 $= \left(\log_3 2^4 + \dfrac{1}{3}\,\dfrac{\log_3 2}{\log_3 \frac{1}{3}}\right)\left(\log_2 3^2 - \dfrac{\log_2 \frac{1}{3}}{\log_2 \frac{1}{2}}\right)$

$= \left(4 - \frac{1}{3}\right)\log_3 2 \times (2 - 1)\log\ 3$

$= \dfrac{11}{3}\log_3 2 \times \dfrac{\log_3 3}{\log_3 2}$

5 (1) $\log_2 7$　(2) $\log_{\frac{1}{2}} 0.1$　(3) $\log_{\frac{1}{3}} 2$　(4) $\log_3 15^{\frac{2}{3}}$

[解説]

(1) $\log_8 100 = \dfrac{\log_2 100}{\log_2 8} = \dfrac{2}{3}\log_2 10 = \log_2 10^{\frac{2}{3}}$

$10^{\frac{2}{3}} < 7$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} 0.1 = \dfrac{\log_{10} 0.1}{\log_{10} \frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\log_{10} 2} > 1 > \log_{10} 5$

(3) $\log_{\frac{1}{3}} 2 = \dfrac{\log_2 2}{\log_2 \frac{1}{3}} = -\dfrac{1}{\log_2 3}$

$\log_2 \frac{1}{3} = -\log_2 3$

$\log_2 3 > 1$ より　$\dfrac{1}{\log_2 3} < \log_2 3$

(4) $(15^{\frac{2}{3}})^3 = 15^2 = 225$

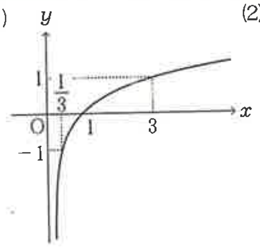
$6^3 = 216$

$\therefore\ 15^{\frac{2}{3}} > 6$

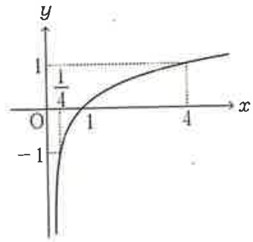
33　対数関数とそのグラフ〔P 168～P 173〕

◇確認問題〔P 168～P 170〕

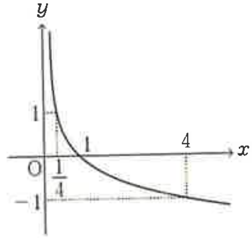
1 (1)



(2)



(3)



[解説]

慣れるまでは，$y = \log_a x \iff x = a^y$ によって指数関数の言葉に書き直し，指数関数のグラフを参考にして対数関数のグラフの概形を求めるとよい．

2 (1) $x = \frac{5}{2}$　　(2) $x = \frac{5}{9}$　　(3) $x = \frac{1}{2}$

[解説]

(1) $\log_2 4 = 2$　$\therefore\ 2x - 1 = 4$

(2) $\log_3 \frac{1}{3} = -1$　$\therefore\ 2 - 3x = \frac{1}{3}$

(3) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{8}\right) = 3$　$\therefore\ \frac{x}{4} = \frac{1}{8}$

3 (1)① $-\frac{1}{4} < x < 2$　② $x \geqq 3(\sqrt{2} - 1)$

③ $-52 < x < 2$

(2)① $\sqrt[10]{128} > \sqrt[4]{4}$　② $2^{-\frac{3}{5}} > \dfrac{1}{\sqrt[3]{32}}$

[解説]

(1)① $\log_3 9 = 2$ より，与式 $\iff 0 < 4x + 1 < 9$

② $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$ より，与式 $\iff \frac{x}{3} + 1 \geqq \sqrt{2}$

③ $\log_3 27 = 3$ より，与式 $\iff 0 < -\frac{x}{2} + 1 < 27$

(2)① $\log_2 \sqrt[4]{4} = \log_2\left\{(2^2)^{\frac{1}{4}}\right\} = \frac{1}{2}$

$\log_2 \sqrt[10]{128} = \log_2(2^{\frac{7}{10}}) = \frac{7}{10}$

② $\log_2 2^{-\frac{3}{5}} = -\frac{3}{5}$

$\log_2 \dfrac{1}{\sqrt[3]{32}} = -\dfrac{5}{3}$

4 (1) $x = \frac{5}{2}$　(2) $x = 4$　(3) $3 < x < 4$　(4) $x \geqq 2$

[解説]

(1) 真数条件 $2x - 1 > 0$，$x - 2 > 0$ より

$x > 2$ …… ①

与式 $\iff \log_2(2x^2 - 5x + 2) = \log_2 2$

$\therefore\ 2x^2 - 5x + 2 = 2$

これを解くと $x = 0,\ \dfrac{5}{2}$ となるが，①より $x \neq 0$

(2) 真数条件 $x + 1 > 0,\ x - 3 > 0$ より

$x > 3$ …… ①

与式 $\iff \log_5(x^2 - 2x - 3) = \log_5 5$

$\therefore\ x^2 - 2x - 8 = 0$

これを解くと $x = 4,\ -2$ となるが，①より $x \neq -2$

(3) (2)の真数条件と同じで，$x > 3$ …… ①

与式 $\iff x^2 - 2x - 8 < 0$

これを解くと $-2 < x < 4$ となる．

これと①を合わせる．

(4) 真数条件 $x - 1 > 0,\ x + 2 > 0$ より

$x > 1$ …… ①

与式 $\iff \log_2(x^2 + x - 2) \geqq \log_2 4$

$\therefore\ x^2 + x - 6 \geqq 0$

これを解くと $x \leqq -3,\ 2 \leqq x$ となるが，①より

$x \geqq 2$

5 (1)① $0 \leqq t \leqq 6$ ② 最大値 $23(x = 64)$, 最小値 $-2(x = 2)$

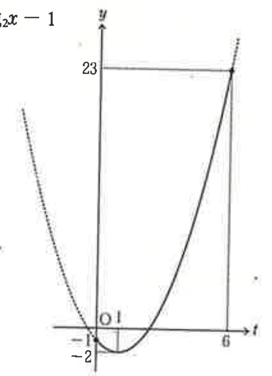
(2)① $0 \leqq t \leqq 3$

② 最大値 $1(x = 1,\ 125)$, 最小値 $-\dfrac{5}{4}\left(x = 5\sqrt{5}\right)$

[解説]

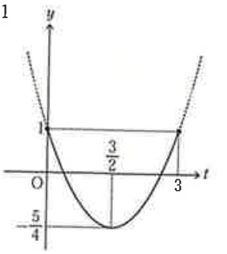
(1)② $y = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x - 1$

$= (t - 1)^2 - 2$



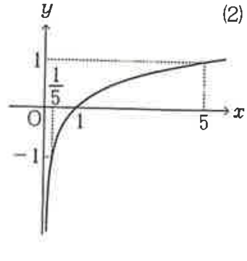
(2)② $y = (\log_5 x)^2 - 3\log_5 x + 1$

$= \left(t - \dfrac{3}{2}\right)^2 - \dfrac{5}{4}$

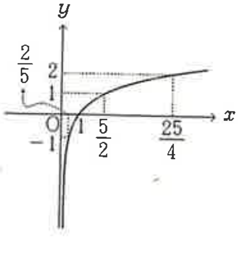


◇練成問題A（P 171 ～ P172）

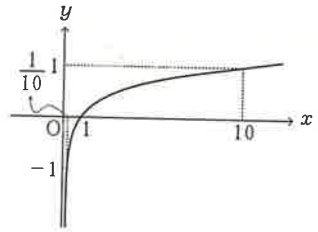
1 (1)



(2)



(3)



2 (1) $x = 4$ (2) $x = \dfrac{3}{2}$ (3) $x = \dfrac{1}{3}$

(4) $x = \dfrac{7}{9}$ (5) $x = 49$ (6) $x = \dfrac{7}{9}$

[解説]

(1) $\log_3 9 = 2$ $\therefore\ x + 5 = 9$

(2) $\log_2 4 = 2$ $\therefore\ 2x + 1 = 4$

(3) $\log_{\frac{2}{3}} \dfrac{2}{3} = 1$ $\therefore\ 1 - x = \dfrac{2}{3}$

(4) $\log_{\frac{3}{4}}\left(\dfrac{4}{3}\right) = -1$ $\therefore\ 3x - 1 = \dfrac{4}{3}$

(5) $\log_5 25 = 2$ $\therefore\ \dfrac{x + 1}{2} = 25$

(6) $\log_9 \dfrac{1}{3} = -\dfrac{1}{2}$ $\therefore\ \dfrac{3x - 1}{4} = \dfrac{1}{3}$

3 (1) $-3 < x \leqq 5$ (2) $x \geqq 5$ (3) $x \geqq \dfrac{3}{2}$

(4) $x > 3$ (5) $0 < x \leqq 4$ (6) $-5 < x < 1$

[解説]

(1) 真数条件より，$x > -3$

$3 = \log_2 8$ より，$x + 3 \leqq 8$

(2) 真数条件より，$x > \dfrac{1}{2}$

$2 = \log_3 9$ より，$2x - 1 \geqq 9$

(3) 真数条件より，$x > 1$

$\dfrac{1}{2} = \log_{\frac{1}{4}} \dfrac{1}{2}$ より，$\log_{\frac{1}{4}}(x - 1) \leqq \log_{\frac{1}{4}} \dfrac{1}{2}$

$\log_{\frac{1}{4}} x$ は単調に減少（x の増加に対して，一方的に減少）するので，$x - 1 \geqq \dfrac{1}{2}$

(4) 真数条件より，$x > -3$

$1 = \log_3 3$ より，$\dfrac{x + 3}{2} > 3$

(5) 真数条件より，$x > 0$

$\log_{\frac{1}{2}} x$ は単調に減少するので，$-2 = \log_{\frac{1}{2}} 4$ より

$x \leqq 4$

(6) 真数条件より，$x < 1$

$\log_{\frac{1}{3}} x$ は単調に減少するので，$-1 = \log_{\frac{1}{3}} 3$ より

$\dfrac{-x + 1}{2} < 3$

4 (1) $\log_3 \sqrt[4]{27} > \log_3 \sqrt[3]{9}$ (2) $\log_2 2^{-\frac{1}{5}} > \log_2 16^{-\frac{1}{8}}$

(3) $\log_4 \sqrt[10]{125} > \log_4 \sqrt[6]{5}$ (4) $\log_{\sqrt{10}} 0.001 > \log_{\frac{1}{2}} 512$

[解説]

(1) $\log_3 \sqrt[3]{9} = \dfrac{1}{3}\log_3 9 = \dfrac{2}{3}$

$\log_3 \sqrt[4]{27} = \dfrac{1}{4}\log_3 27 = \dfrac{3}{4}$

(2) $\log_2 2^{-\frac{1}{5}} = -\frac{1}{5}$

$\log_2 16^{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{8}\log_2 16 = -\frac{4}{8}$

(3) $\log_4 \sqrt[6]{5} = \frac{1}{6}\log_4 5$

$\log_4 \sqrt[10]{125} = \frac{1}{10}\log_4 5^3 = \frac{3}{10}\log_4 5$

$\frac{3}{10} > \frac{1}{6}$, $\log_4 5 > 0$

(4) $\log_{\sqrt{10}} 0.001 = \log_{\sqrt{10}} 10^{-3} = -6$

$\log_{\frac{1}{2}} 512 = \log_{\frac{1}{2}} 2^9 = -9$

5 (1) $x = 0$　(2) $x = 1,\ \frac{1}{4}$　(3) $x = \frac{6}{7}$

(4) $-\frac{4}{5} \leqq x \leqq 1$

(5) $2 - \sqrt{3} \leqq x \leqq 2 + \sqrt{3}$，ただし $x \neq 2$

(6) $3 < x \leqq 2 + \sqrt{5}$

［解説］

(1) 真数条件より，$x > -\frac{1}{2}$

与式より，$\log_2(2x^2 + 5x + 2) = \log_2 2$

$\therefore\ 2x^2 + 5x = 0,\quad x = 0,\ -\frac{5}{2}$

$x = -\frac{5}{2}$ は真数条件をみたさない．

(2) 真数条件より，$x > 0,\ x \neq \frac{1}{2}$

与式より，$4x^2 - 4x + 1 = x$

これを解いて，$x = 1,\ \frac{1}{4}$

いずれも真数条件をみたす．

(3) 真数条件より，$x > \frac{1}{2}$

与式より，$3x + 1 = 5 \times (2x - 1)$

この解 $x = \frac{6}{7}$ は真数条件をみたす．

(4) 与式より，$5x^2 - x + 1 \leqq 5$

$5x^2 - x - 4 \leqq 0$ を解くと $-\frac{4}{5} \leqq x \leqq 1$ を得る．

一方，$5x^2 - x + 1 = 5\left(x - \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{19}{20}$ より，すべての x が真数条件をみたしている．

(5) 真数条件より，$x \neq 2$

与式より，$x^2 - 4x + 4 \leqq 3$　$\left(\log_{\frac{1}{3}} x \text{ は単調に減少}\right)$

$x^2 - 4x + 1 \leqq 0$ を解くと $2 - \sqrt{3} \leqq x \leqq 2 + \sqrt{3}$ を得る．

$x = 2$ のみは真数条件をみたさない．

(6) 真数条件より，$x > 3$

与式を変形すると，$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 3) \geqq \log_{\frac{1}{2}} 4$

$\therefore\ x^2 - 4x + 3 \leqq 4$　$\left(\log_{\frac{1}{2}} x \text{ は単調に減少}\right)$

$x^2 - 4x - 1 \leqq 0$ を解くと $2 - \sqrt{5} \leqq x \leqq 2 + \sqrt{5}$ を得る．

これと真数条件をあわせる．

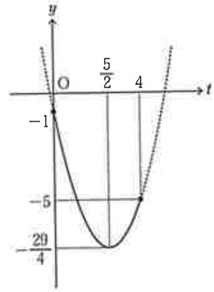
6 (1) $0 \leqq t \leqq 4$

(2) 最大値 -1 $(x = 1)$，最小値 $-\frac{29}{4}$ $(x = 4\sqrt{2})$

［解説］

(2) $y = t^2 - 5t - 1$

$= \left(t - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{29}{4}$



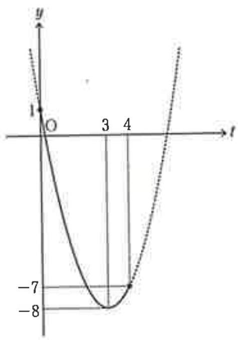
7 (1) $0 \leqq t \leqq 4$

(2) 最大値 1 $(x = 1)$，最小値 -8 $(x = 27)$

［解説］

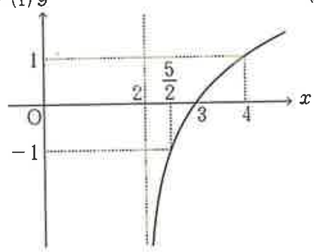
$y = t^2 - 6t + 1$

$= (t - 3)^2 - 8$



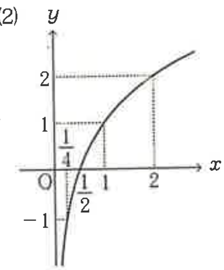
◇練成問題Ｂ（Ｐ 173）

1 (1)



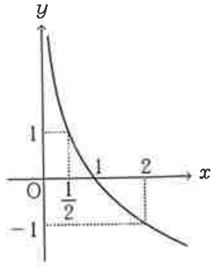
$y = \log_2 x$ を x 軸の正方向に 2 だけ平行移動

(2)



$y = \log_2 x$ を x 軸方向に $\frac{1}{2}$ 縮小したもの，あるいは $y = \log_2 x$ を y 軸の正方向に 1 だけ平行移動したもの

(3)(4)



$y = \log_2 x$ を x 軸に関し対称に移動したもの

[解説]

(3) $\log_{\frac{1}{2}} x = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}} = \dfrac{\log_2 x}{-1}$

(4) $\log_2 \dfrac{1}{x} = \log_2 x^{-1}$

2 (1) $a = \sqrt{3}$ (2) $a = \dfrac{1}{4}$ (3) $a = \sqrt{2}$ (4) $a = \dfrac{1}{2}$

[解説]

(1) $a \neq 1$とする．一般に$a \neq a'$のとき，$\log_a x$の値と$\log_{a'} x$の値は一致しない．したがって

$\log_a 9 = 4$

をみたすaはただ1つしか存在しない．

その値は　$a = \sqrt[4]{9}$

(2) $a = 4^{-1} = \dfrac{1}{4}$

(3) $\log_a 2 + \log_{a^2} 2 = \log_a 2 + \dfrac{\log_a 2}{\log_a a^2} = \dfrac{3}{2}\log_a 2$

$\dfrac{3}{2}\log_a 2 = 3$より　$\log_a 2 = 2$

$\therefore\ a = 2^{\frac{1}{2}}$

(4) $\log_a \sqrt[3]{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{1}{3}\log_a\left(\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{2}{3}$

$\therefore\ \log_a \dfrac{1}{4} = 2$

$a = \left(\dfrac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$

3 (1) $-\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 0,\ -\dfrac{5}{2} \leqq x \leqq -2$

(2) $-\dfrac{1}{2} < x < 1$　　(3) $x \leqq -13,\ 12 \leqq x$

(4) $x > \dfrac{5}{2}$　　(5) $x < -2,\ 3 < x$

(6) $-\dfrac{1}{2} < x < -\dfrac{1}{4},\ \dfrac{1}{2} < x$

[解説]

(1) 真数条件より，$2x^2 + 5x + 3 > 0$

これを解いて，$x > -1,\ x < -\dfrac{3}{2}$ …… ①

一方，与式より，$1 \leqq 2x^2 + 5x + 3 \leqq 3$

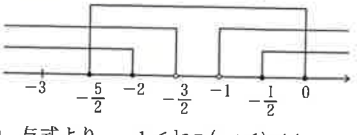
$2x^2 + 5x + 3 \geqq 1$より　$2x^2 + 5x + 2 \geqq 0$

これを解いて，$x \leqq -2,\ -\dfrac{1}{2} \leqq x$ …… ②

$2x^2 + 5x + 3 \leqq 3$より　$2x^2 + 5x \leqq 0$

これを解いて，$-\dfrac{5}{2} \leqq x \leqq 0$ …… ③

①，②，③を重ね合わせる．



(2) 与式より　$-1 < \log_2(x+1) < 1$

$\therefore\ \dfrac{1}{2} < x + 1 < 2$

$-\dfrac{1}{2} < x < 1$

これは真数条件$x > -1$をみたしている．

(3) 与式より　$2x + 1 \geqq 25,\ 2x + 1 \leqq -25$

$\therefore\ x \geqq 12,\ x \leqq -13$

いずれも真数条件$x \neq -\dfrac{1}{2}$をみたしている

(4) 与式より　$\dfrac{1}{3}(2x+1)(x-2) > 1$

これを整理して　$2x^2 - 3x - 5 > 0$

これを解くと，$x > \dfrac{5}{2},\ x < -1$を得る．

これと真数条件$x > 2$を合わせる．

(5) 与式より　$x^2 - x - 2 > 4$

$x^2 - x - 6 > 0$を解くと，$x > 3,\ x < -2$

真数条件$x^2 - x - 2 > 0$より$x > 2,\ x < -1$

これらを合わせる．

(6) 与式より　$\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 1,\ \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) < -1$

$$\begin{cases} 2x + 1 < \dfrac{1}{2},\ x < -\dfrac{1}{4} \\ 2x + 1 > 2,\ x > \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

真数条件より　$x > -\dfrac{1}{2}$

以上を合わせる．

4 (1) $x = 1,\ 3$　　(2) $x = -\dfrac{1}{2},\ 1$

(3) $x = 8$　　(4) $x = 1,\ 3$

[解説]

(1) 与式より　$-x^2 + 4x - 1 = 2$

これを解くと，$x = 3,\ 1$

真数条件より　$-x^2 + 4x - 1 > 0,\ x^2 - 4x + 1 < 0$

$2 - \sqrt{3} < x < 2 + \sqrt{3}$

以上より　$x = 3,\ 1$

(2) 与式より　$4x^2 - 2x + 1 = 3$

これを解くと，$x = -\dfrac{1}{2},\ 1$

真数条件より　$4x^2 - 2x + 1 > 0,\ 4\left(x - \dfrac{1}{4}\right)^2 + \dfrac{3}{4} > 0$

これはすべてのxについて成り立つ．

以上より　$x = -\dfrac{1}{2},\ 1$

(3) 与式より

$$\log_3(x+1) + \frac{\log_3(x+1)}{\log_3 9} = \frac{3}{2}\log_3(x+1) = 3$$

$\therefore\ \log_3(x+1) = 2$

$x + 1 = 9$

$\therefore\ x = 8$

真数条件より　$x + 1 > 0,\quad x > -1$

以上より　$x = 8$

(4) 与式より　$\dfrac{\log_2(2x-1)}{\log_2 \frac{1}{2}} + \log_2(x^2+1) = 1$

これより$x^2 + 1 = 2(2x-1)$が得られ，これを整理すると，$x^2 - 4x + 3 = 0$　$\therefore\ x = 3,\ 1$

真数条件より　$x > \dfrac{1}{2}$

以上より　$x = 3,\ 1$

5 (1) $\begin{cases} \text{最大値}\ -1\ (x = 2) \\ \text{最小値}\ -4\ (x = 16) \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \text{最大値}\ 4\ (x = 81) \\ \text{最小値 なし} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 最大値 & 1 + \log_5 2 \quad (x = 100) \\ 最小値 & 0 \quad\quad\quad\quad\ (x = 1) \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 最大値 & 1 \quad \left(x = \frac{1}{2},\ 2\right) \\ 最小値 & 0 \quad (x = 1) \end{cases}$

[解説]

(1) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ は単調減少なので，$x = 16$ のとき最小値をとり，$x = 2$ のとき最大値をとる．

(2) $y = \log_3 x$ は単調増加なので $x = 81$ で最大値をとる．$x = 1$ が区間に含まれていないので最小値は存在しない．

(3) $\log_5 \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_5 x$

$y = \log_5 x$ は単調増加なので $x = 1$ で最小値をとり，$x = 100$ で最大値をとる．

$\frac{1}{2}\log_5 100 = \frac{1}{2}(2 + 2\log_5 2)$

(4) $z = \log_{\frac{1}{2}} x$ は単調減少なので，z は $\frac{1}{2} \leqq x \leqq 2$ の範囲で $1 \geqq z \geqq -1$ を動く．

$y = z^2$ なので，$\begin{cases} y の最大値 & 1 \\ y の最小値 & 0 \end{cases}$

34 常用対数〔P 174～P 179〕

◇確認問題〔P 174～P 176〕

1 (1)① 0.6821 ② 0.3096 ③ 0.8751 ④ 0.0719
(2)① 2.1004 ② 2.8651 ③ −0.3645 ④ −1.5528

[解説]

(2)① $126 = 1.26 \times 10^2$

② $733 = 7.33 \times 10^2$

③ $0.432 = 4.32 \times 10^{-1}$

④ $0.028 = 2.80 \times 10^{-2}$

2 (1)① 1.91 ② 1.55 ③ 2.62 ④ 0.317
(2)① 0.6990 ② 1.3801 ③ 2.0791 ④ −0.7448

[解説]

(1)① $\frac{1}{3}\log_{10} 7 \fallingdotseq 0.2817 \fallingdotseq \log_{10} 1.91$

② $\frac{2}{5}\log_{10} 3 \fallingdotseq 0.1908 \fallingdotseq \log_{10} 1.55$

③ $\frac{1}{3}\log_{10} 18 \fallingdotseq 0.4184 \fallingdotseq \log_{10} 2.62$

④ $\frac{1}{3}\log_{10} 0.032 \fallingdotseq -0.4983$

$= (-1) + 0.5017 \fallingdotseq \log_{10}(3.17 \times 10^{-1})$

(2)① $5 = 10 \div 2$ を用いる．

② $24 = 2^3 \times 3$ を用いる．

③ $120 = 10 \times 2^2 \times 3$ を用いる．

④ $0.18 = 2 \times 3^2 \times 10^{-2}$ を用いる．

3 (1)① 8 桁 ② 12 桁 ③ 8 桁
(2)① 第 5 位 ② 第 8 位 ③ 第 15 位

[解説]

(1)① $\log_{10} 3^{15} = 7.1565$

② $\log_{10} 18^9 = 9(\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3) = 11.2968$

③ $\log_{10} 12^7 = 7(2\log_{10} 2 + \log_{10} 3) = 7.5537$

(2)① $\log_{10}\left(\frac{1}{4}\right)^8 = 16(-\log_{10} 2) = -4.816$

② $\log_{10}\left(\frac{1}{6}\right)^{10} = 10\{(-\log_{10} 2) + (-\log_{10} 3)\} = -7.781$

③ $\log_{10} 3^{-30} = -30(\log_{10} 3) = -14.313$

4 (1) 7 時間 (2) 7 枚

[解説]

(1) x 時間とする

$8 \cdot 2^{3x} > 10^7$, $2^{3+3x} > 10^7$, $(3 + 3x)\log_{10} 2 > 7$

$0.903x > 6.097$, $x > 6.75\cdots$

(2) n 枚とする

$\left(\frac{8}{10}\right)^n \leqq \frac{1}{4}$ $\quad n(\log_{10} 2^3 - 1) \leqq -2\log_{10} 2$

$0.097n \geqq 0.602$, $n \geqq 6.2\cdots$

◇練成問題A〔P 177～P178〕

1 (1) 0.5832 (2) 0.9600 (3) 0.7412 (4) 1.6395
(5) 2.8609 (6) 0.8041 (7) −0.4067 (8) −2.1669

[解説]

(4) $43.6 = 4.36 \times 10^1$

(5) $726 = 7.26 \times 10^2$

(7) $0.392 = 3.92 \times 10^{-1}$

(8) $0.00681 = 6.81 \times 10^{-3}$

2 (1) 1.51 (2) 2.06 (3) 3.42 (4) 5.62
(5) 0.650 (6) 0.370

[解説]

(1) $\log_{10} \sqrt[8]{27} = \frac{1}{8}(1 + \log_{10} 2.7) \fallingdotseq 0.1789 \fallingdotseq \log_{10} 1.51$

(2) $\log_{10} \sqrt[4]{18} = \frac{1}{4}(1 + \log_{10} 1.8) \fallingdotseq 0.3138 \fallingdotseq \log_{10} 2.06$

(3) $\log_{10} 40^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}(1 + \log_{10} 4) \fallingdotseq 0.5340 \fallingdotseq \log_{10} 3.42$

(4) $\log_{10} \sqrt[4]{1000} = \frac{3}{4} \fallingdotseq \log_{10} 5.62$

(5) $\log_{10} \sqrt[3]{0.275} = \frac{1}{3}(-1 + \log_{10} 2.75) \fallingdotseq -0.1869$

$= 0.8131 - 1 \fallingdotseq \log_{10} 6.50 - 1$

$= \log_{10} 0.650$

(6) $\log_{10}(0.0188)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}(-2 + \log_{10} 1.88) = -0.4315$

$= 0.5685 - 1 \fallingdotseq \log_{10} 3.70 - 1$

$= \log_{10} 0.370$

3 (1) 1.6811 (2) 1.1761 (3) 2.3980 (4) −1.0179

[解説]

(1) $48 = 2^4 \times 3$

(2) $15 = 10 \times 3 \div 2$

(3) $250 = 10^3 \div 2^2$

(4) $0.096 = 2^5 \times 3 \times 10^{-3}$

4 (1) 9 桁 (2) 9 桁 (3) 3 桁 (4) 6 桁

[解説]

(1) $\log_{10} 24^6 = 6(3\log_{10} 2 + \log_{10} 3) = 8.2806$

(2) $\log_{10} 5^{12} = 12 - 12\log_{10} 2 = 8.3880$

(3) $\log_{10} \sqrt[3]{5000000} = \frac{1}{3}(7 - \log_{10} 2) = 2.2330$

(4) $\log_{10} 6^{\frac{20}{3}} = \frac{20}{3}(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) \fallingdotseq 5.187$

5 (1) 第8位 (2) 第13位 (3) 第5位 (4) 第23位

［解説］

(1) $\log_{10}\left(\frac{1}{3}\right)^{15} = 15(-\log_{10}3) = -7.1565$

(2) $\log_{10}\left(\frac{1}{5}\right)^{18} = 18(\log_{10}2 - 1) = -12.5820$

(3) $\log_{10}6^{-\frac{16}{3}} = -\frac{16}{3}(\log_{10}2 + \log_{10}3) \fallingdotseq -4.150$

(4) $\log_{10}0.02^{13} = 13(\log_{10}2 - 2) = -22.0870$

6 (1) 80日 (2) 7枚

［解説］

(1) x日とする

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{12}} \leqq \frac{1}{100}$, $\frac{x}{12}(-\log_{10}2) \leqq -2$, $0.301x \geqq 24$

$x \geqq 79.7\cdots$

(2) n枚とする

$\left(\frac{9}{10}\right)^n \leqq \frac{1}{2}$, $n(2\log_{10}3 - 1) \leqq -\log_{10}2$

$0.0458n \geqq 0.301$, $n \geqq 6.5\cdots$

◇練成問題B〔P 179〕

1 (1) 1.74 (2) 6.31

(3) 2.40×10^1 (24.0) (4) 12600 (1.26×10^4)

(5) 2.82×10^{-1} (0.282) (6) 7.76×10^{-4} (0.000776)

［解説］

(5) $\log_{10}x = -0.55 = 0.45 - 1$

(6) $\log_{10}x = -3.11 = 0.89 - 4$

2 (1) 23 (2) 12 (3) 11 (4) 11

［解説］

(1) $\log_{10}3^{15} = 15\log_{10}3 = 7.1565$

7.1565 を $\log_{10}2 = 0.3010$ で割ってみるとわかる通り，

$23\log_{10}2 < 7.1565 < 24\log_{10}2$

(2) $\log_{10}2^{20} = 6.020$

$12\log_{10}3 < 6.020 < 13\log_{10}3$

(3) $\log_{10}6^{10} = 10(\log_{10}2 + \log_{10}3) = 7.781$

一方 $\log_{10}5 = 1 - \log_{10}2 = 0.6990$

$11\log_{10}5 < 7.781 < 12\log_{10}5$

(4) $\log_{10}5^{20} = 20 - 20\log_{10}2 = 13.980$

一方 $\log_{10}18 = \log_{10}2 + 2\log_{10}3 = 1.2552$

$11\log_{10}18 < 13.980 < 12\log_{10}18$

3 (1) 14 (2) 9 (3) 7 (4) 9

［解説］

(1) $2^{-n} < 10^{-4}$ より $-n\log 2 < -4$, $n > \frac{4}{\log 2} = 13.2\cdots$

(2) $3^{-n} < 10^{-4}$, $-n\log 3 < -4$, $n > \frac{4}{\log 3} = 8.3\cdots$

(3) 求めるnは，$\left(\frac{1}{6}\right)^n < 10^{-5} < \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$をみたす$n$である。

つまり，$\left(\frac{1}{6}\right)^n < 10^{-5}$ をみたす最小のnを求めればよい。

$\log_{10}\frac{1}{6} = -(\log_{10}2 + \log_{10}3) = -0.7781$

$-n\log 6 < -5$, $n > \frac{5}{\log 6} = 6.4\cdots$

(4) 求めるnは，$\left(\frac{1}{12}\right)^n < 10^{-9}$ をみたす最小のnである。

$\log_{10}\frac{1}{12} = -(2\log_{10}2 + \log_{10}3) = -1.0791$

$-n\log_{10}12 < -9$, $n > \frac{9}{\log_{10}12} = 8.3\cdots$

4 (1) 1.59 (2) 5.03 (3) 3.86 (4) -1.16

［解説］

(1) $\log_2 3 = \frac{\log_{10}3}{\log_{10}2} = \frac{0.4771}{0.3010} = 1.5850\cdots$

(2) $\log_3 250 = \frac{\log_{10}250}{\log_{10}3} = \frac{3 - 2\log_{10}2}{\log_{10}3} = 5.02619\cdots$

(3) $\log_6 1000 = \frac{\log_{10}1000}{\log_{10}6} = \frac{3}{\log_{10}2 + \log_{10}3}$

$= 3.85554\cdots$

(4) $\log_6 0.125 = \frac{\log_{10}0.125}{\log_{10}6} = \frac{-3\log_{10}2}{\log_{10}6} = -1.1605\cdots$

練成問題C（4）〔P180～P181〕

1 0

［解説］

$2^x = X$とおく．$\frac{1}{2} \leqq X \leqq 4$

$y = X^2 - 4X + 2 = (X-2)^2 - 2$

最小値 -2 $(X = 2)$

最大値 2 $(X = 4)$

2 ア $\left(\frac{9}{10}\right)^n$ イ 11

［解説］

$\left(\frac{9}{10}\right)^n < \frac{1}{3}$ より $\log_{10}\left(\frac{9}{10}\right)^n < \log_{10}\frac{1}{3}$

$n > \frac{\log_{10}3}{1 - 2\log_{10}3} = 10.4\cdots$

3 (1) 13 (2) 5

［解説］

(1) $\log_{10}(4^{17} \times 3^5) = 34\log_{10}2 + 5\log_{10}3 = 12.619$

よって $10^{12} \leqq 4^{17} \times 3^5 < 10^{13}$

(2) $\log_{10}(32^a \times 27^b) = 5a\log_{10}2 + 3b\log_{10}3$

$= 1.505a + 1.431b$

これが9桁になるためには $8 \leqq 1.505a + 1.431b < 9$

これをみたすa，bの組は

$(a, b) = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$

4 2, 16

［解説］

$\log_2 16 + (\log_2 x)^2 = 5\log_2 x$, $(\log_2 x - 1)(\log_2 x - 4) = 0$

$\therefore$ $\log_2 x = 1, 4$

5 ア $-\frac{3}{2}$ イ $\frac{5}{2}$

［解説］

$f(x) = 4(2^x)^2 - 2\sqrt{2}\cdot 2^x + 3$

$= 4\left(2^x - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \frac{5}{2}$

最小値 $\frac{5}{2}$ $\left(2^x = \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

6 $\frac{2a+1}{a+2}$

［解説］

$\log_{12}18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 12} = \frac{1 + 2\log_2 3}{2 + \log_2 3}$

7 ア $-\frac{1}{3}$　イ 1

[解説]

相加・相乗平均の関係を用いて

$$y = 2^{3x} + \frac{1}{4 \cdot 2^{3x}} \geqq 2\sqrt{2^{3x} \cdot \frac{1}{4 \cdot 2^{3x}}} = 1$$

$2^{3x} = \frac{1}{4 \cdot 2^{3x}}$ のとき最小値1をとる.

8 ア $\frac{4}{9}$　イ 1　ウ 1

[解説]

真数条件より　$-1 < x < 2$　…… ①

$\log_a(x+1)(2-x) = -1$

$(x+1)(2-x) = \frac{1}{a}$　…… ②

$y = (x+1)(2-x)$

$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

よって②が①の範囲に実数解をもつ条件は

$0 < \frac{1}{a} \leqq \frac{9}{4}$

9 ア $-\frac{1}{2}$　イ $\log_3\left(a + \frac{1}{2}\right)$

[解説]

$\log_2(3^x - a) + 1 = 0$ より　$3^x = a + \frac{1}{2}$

$3^x > 0$ より　$a > -\frac{1}{2}$

このとき実数解は　$x = \log_3\left(a + \frac{1}{2}\right)$

10 (1)　$(\log_a b)(\log_b a) = \log_a b \times \frac{\log_a a}{\log_a b} = 1$

(2)　$(\log_a b)(\log_b c)(\log_c d)(\log_d a)$

$= \log_a b \times \frac{\log_a c}{\log_a b} \times \frac{\log_a d}{\log_a c} \times \frac{\log_a a}{\log_a d} = 1$

11 (1)　$x = 3$　　(2)　$x = \frac{1}{2}$, 16

[解説]

(1)　$(2^x)^3 - 4(2^x)^2 - 32 \cdot 2^x = 0$

$2^x(2^x + 4)(2^x - 8) = 0$

$2^x - 8 = 0$

(2)　真数条件と底の条件より　$x > 0$, $x \neq 1$

$\log_2 x - 2\frac{\log_2 4}{\log_2 x} = 3$

$(\log_2 x + 1)(\log_2 x - 4) = 0$

$\log_2 x = -1$, 4

12　$x > \frac{9}{7}$

[解説]

真数条件より　$x > 1$

$\log_2(x+1) < 3 + \log_2(x-1)$

$x + 1 < 8(x-1)$

$9 < 7x$

13 ア 0　イ $\frac{1}{2}$　ウ 1　エ 2　オ $\frac{3}{4}$

[解説]

$x^2 \geqq 0$ より　$\log_2\left(x^2 + \sqrt{2}\right) \geqq \log_2\sqrt{2} = \frac{1}{2}$

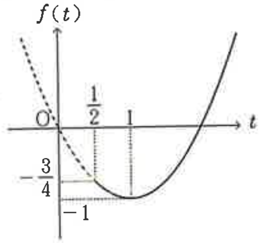
よって　最小値 $\frac{1}{2}$　$(x = 0)$

$\log_2\left(x^2 + \sqrt{2}\right) = t$ とおく. $t \geqq \frac{1}{2}$

$t^2 - 2t = -a$　…… ①

$f(t) = t^2 - 2t$ とおく.

$f(t) = (t-1)^2 - 1$



①が解をもつのは　$-a \geqq -1$,　$a \leqq 1$

また $a = 1$ のとき $t = 1$ より, x としては2つの解をもつ.

また, 与式が3つの解をもつのは, ①の1つの解が $\frac{1}{2}$ のとき. $t = \frac{1}{2}$ を代入して　$a = \frac{3}{4}$

14 (1)　11.20

(2)　$(\log_2 6)^2 = (\log_2 2 + \log_2 3)^2 < (2.6)^2 < 7$

$(\log_2 7)^2 > (2.8)^2 > 7$

よって

$(\log_2 6)^2 < 7 < (\log_2 7)^2$

$\log_2 6 < \sqrt{7} < \log_2 7$

$6 < 2^{\sqrt{7}} < 7$

(3)　$\sqrt{7} < \log_2 7$ より　$\log_2\sqrt{7} < \log_2(\log_2 7)$

また　$\log_2\sqrt{7} = \frac{1}{2}\log_2 7 > \frac{7}{5}$

よって　$\frac{7}{5} < \log_2(\log_2 7)$

一方　$(\log_2 7)^2 < (2.81)^2 < 8$

よって　$\log_2(\log_2 7)^2 < 3$ より　$\log_2(\log_2 7) < \frac{3}{2}$

[解説]

(1)　$2352 = 2^4 \times 3 \times 7^2$ より

$\log_2 2352 = 4\log_2 2 + \log_2 3 + 2\log_2 7$

$\fallingdotseq 4 + 1.585 + 2 \times 2.807$

$= 11.199$